GUÍA DOCENTE

1

MATEMÁTICA

Silvia Vasconcellos
Ariel Mancebo

Asociación Casa Editora Sudamericana

Gral. José de San Martín 4555, B1604CDG Florida Oeste
Buenos Aires, República Argentina

ÍNDICE

Introducción 3

Organización del libro 4

Capítulo 1: Números naturales (primera parte)
Desarrollo 6
La esencia de la matemática 9
Actividades 9
Desafíos 12

Capítulo 2: Números naturales (segunda parte)
Desarrollo 13
La esencia de la matemática 18
Actividades 18
Desafíos 21

Capítulo 3: Números enteros
Desarrollo 24
La esencia de la matemática 26
Actividades 26
Desafíos 30

Capítulo 4: Números racionales
Desarrollo 32
La esencia de la matemática 33
Actividades 34
Desafíos 37

Capítulo 5: Expresiones algebraicas y ecuaciones
Desarrollo 41
La esencia de la matemática 43
Actividades 44
Desafíos 48

Capítulo 6: Funciones y proporciones
Desarrollo 50
La esencia de la matemática 53
Actividades 54
Desafíos 61

Capítulo 7: Geometría (primera parte)
Desarrollo 62
La esencia de la matemática 64
Actividades 64
Desafíos 68

Capítulo 8: Geometría (segunda parte)
Desarrollo 70
La esencia de la matemática 74
Actividades 74
Desafíos 78

Capítulo 9: Estadística y probabilidad
Desarrollo 79
La esencia de la matemática 80
Actividades 80
Desafíos 86

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este libro es que el alumno y el docente vean la matemática desde la cosmovisión cristiana–adventista, como algo relacionado; de tal manera que una sea parte de la otra, y no dos elementos separados. Las actividades y el contenido teórico se presentan acordes a esta filosofía.

El principal aporte, tanto para los docentes como para los alumnos, es la gran cantidad de actividades que podemos clasificar en: introductorias, reforzadoras del nuevo conocimiento adquirido, para practicar y entrenar, y finalmente desafíos para ampliar el espectro de razonamiento del alumno.

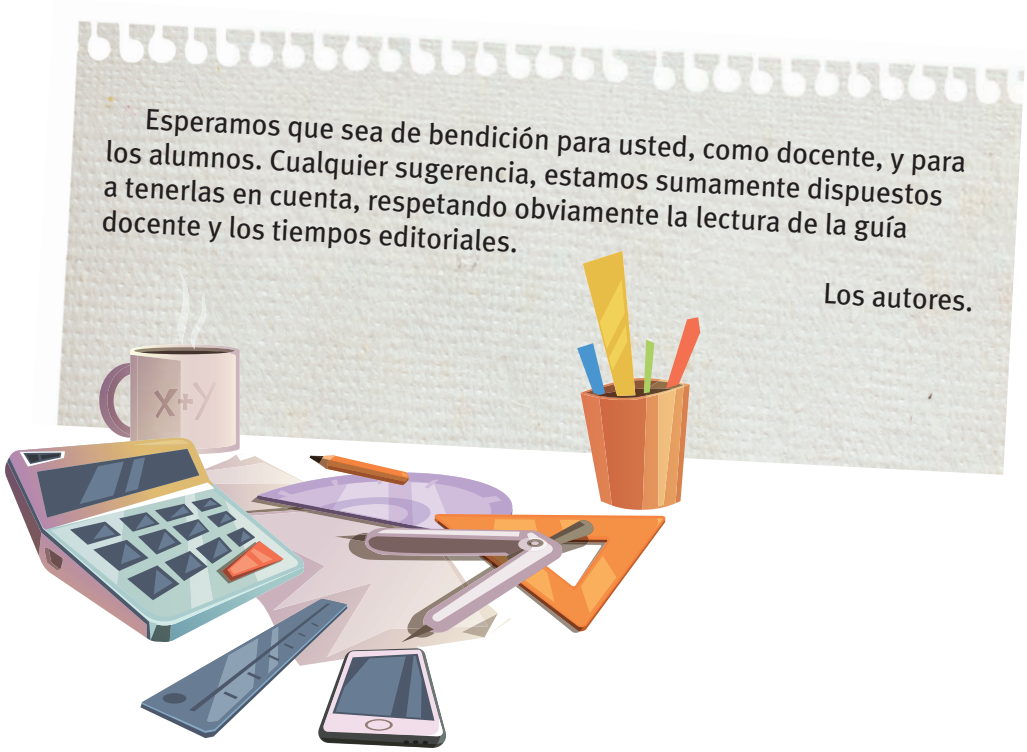
Puede suceder que el docente difiera en algunas definiciones dadas, o en la secuencia didáctica, de igual manera podrá hacer uso de las actividades y los desafíos. La mayoría tiene espacio para completar directamente en el mismo libro.

Sugerimos que el libro se utilice lo más a menudo que se pueda, básicamente por dos motivos:

1. Es importante que desde temprana edad el alumno se maneje con libros, y estudie directamente de ellos, para lograr un aprendizaje autónomo con el correr de los años.
2. Es un libro que presenta la cosmovisión que buscan las instituciones cristianas.

Detalles a tener en cuenta

- El libro se ha diseñado de forma tal que sea sencillo de utilizar, tanto por el docente como por el alumno; más allá de la metodología de trabajo elegida por el profesor. Por esa razón, tiene muchas actividades y no tanto teórico, así les servirá a los dos.
- Tiene múltiples actividades que relacionan la matemática y la Biblia, la matemática y la naturaleza, y la matemática con diferentes asignaturas.
- Fue diseñado teniendo en cuenta el contenido curricular de varios países: Argentina, Uruguay, Paraguay, Chile, Perú, Ecuador y Bolivia. Se trabajó con asesores representantes de cada país, ellos analizaron cada capítulo y brindaron sugerencias para garantizar que el presente material pueda ser utilizado en sus países. Es pertinente destacar que puede haber contenidos dentro del libro, que en algún país sean trabajados en cursos superiores.



ORGANIZACIÓN DEL LIBRO

Se divide en las siguientes partes:

- Presentación: p. 3.
- Índice: pp. 4 y 5.
- Explicación breve de las diferentes secciones e íconos: pp. 6 y 7.
- Desarrollo de los capítulos: pp. 8-269.
- Interdisciplinarias: pp. 270-273. Estas páginas se utilizan para ampliar algunos conocimientos, o trabajar de forma conjunta con otras asignaturas.
- Bibliografía: p. 274.
- Recortables: pp. 275-288.

SECCIONES

Conéctate

Presenta un versículo que tiene relación con algún concepto que se trabajará a lo largo del capítulo, o con la sección "La esencia de la matemática". También contiene un mapa conceptual, para que desde el comienzo sea claro el contenido a trabajar. Mediante la utilización de este organizador, el docente podrá elegir, de acuerdo a su planificación o a su programa, o al grupo que le ha tocado, el orden de los temas. Finalmente plantea un "disparador", es una página de actividades que el alumno resolverá con los conocimientos previos que posee, pero que puede generarle dudas que irá solucionando con el transcurso de las clases. Tiene justamente ese fin: que el alumno traiga a su memoria conocimientos que poseía, pero quizás olvida con el correr de los años, los ponga en práctica, y finalmente le genere curiosidad para así dar un nuevo tema, o uno ya conocido en mayor profundidad.

Actualiza tu información

Es el desarrollo de los temas del capítulo. Generalmente se trabaja de la siguiente manera: bajo el título del tema hay una actividad disparadora, que nuevamente tiene el fin de provocar curiosidad, a pesar de que la podrán realizar con los conocimientos que ya poseen. Luego el teórico, donde se formalizan nuevos conceptos, y finalmente una nueva sección de actividades, donde pondrán en práctica los nuevos conceptos adquiridos.

La esencia de la matemática

Está enfocada a relacionar un tema del capítulo con la integración fe-enseñanza. La misma puede presentarse de tres formas diferentes: una porción de la Biblia aplicada, algún conocimiento matemático relacionado con la naturaleza (el segundo libro de Dios) o relacionado con algún trabajo útil. Se sugiere que el docente disponga de un tiempo especial para realizar esta actividad y no la deje de lado, pues es lo que hace a nuestra razón de ser. Sería importante realizar una oración, al comenzar o al finalizar.

Resumiendo

Se esquematiza y sintetiza todo lo trabajado en el capítulo, de tal forma que el alumno pueda visualizar de forma clara, ordenada y corta todos los contenidos aprendidos.

Actividades

Se presentan múltiples actividades y ejercicios, quizás no con el fin de que las hagan todas, sino que el profesor elija la cantidad, y especifique cuáles son las adecuadas para su grupo, su nivel y los temas dados. En los capítulos que hay dos temas principales desarrollados, las mismas están separadas bajo subtítulos con el objetivo de que sean fáciles de identificar.

Desafíos

Tienen un nivel de complejidad un poco mayor que las actividades, y en general son problemas, cuyo fin es que el alumno no tenga que aplicar un conocimiento de forma directa, sino pensar y buscar estrategias diferentes para resolverlo. Se sugiere trabajo en grupos. Aquí el docente elegirá cuáles realizar en clases, cuáles enviar de tarea, o cuáles darles a unos alumnos y a otros. De acuerdo al nivel, al grupo y a múltiples factores.

ÍCONOS QUE ACOMPAÑAN LAS SECCIONES

Destaque: detalles, aclaraciones o información importante que se debe tener en cuenta.

Recuerda: tiene el fin de traer a colación conceptos que se suponen ya adquiridos por los alumnos en niveles anteriores, pero que se considera importante destacarlos pues es probable que se confundan. También puede tratarse de conceptos ya trabajados en el libro que sea necesario tenerlos presentes para el tema que se está desarrollando.

¿De qué se tratará?: son preguntas, no tan sencillas, sino que en la mayoría de los casos tienen un determinado nivel de complejidad. La finalidad es que el alumno piense más allá de lo obvio, y puedan discutir de forma grupal las respuestas.

¡Cuidado!: hay errores que los alumnos suelen cometer muy a menudo en esta asignatura. Para eso está este ícono, para llamar la atención y evitar que los cometan.

¡Más ejercitación!: actividades dentro del desarrollo teórico del capítulo.

Contenido digital: el código QR, para el celular, y el enlace, para la computadora, permitirá a los alumnos acceder a distintas actividades que servirán de apoyo. Son contenidos digitales que desarrollan de forma más amplia lo visto en el capítulo.

En el siguiente enlace encontrará la descripción del libro y su contenido digital complementario, con actividades por capítulo:
Capítulo 1, p. 13.
Capítulo 3, p. 77.
Capítulo 4, p. 106.
Capítulo 5, p. 129. Esta actividad de clasificación de monomios está en la sección juegos.
Capítulo 7, p. 182.
Capítulo 7, p. 191.
Capítulo 7, p. 197.
Capítulo 7, p. 199.
Capítulo 7, p. 202.
Capítulo 7, p. 205. Esta actividad está en la sección juegos. Es un cuestionario online.
Capítulo 8, p. 228.

Capítulo

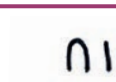
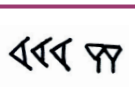
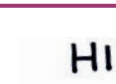
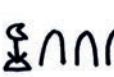
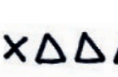
01

NÚMEROS NATURALES
(PRIMERA PARTE)

DISPARADOR

El objetivo de este disparador es que cada una de las respuestas que los alumnos brinden, las hagan con números naturales. Y de esta forma, vean la utilidad que los mismos tienen en la vida cotidiana.

Página 11

	egipcio	griego		babilónico	maya
1			15		
12			24		
26			32		
102			41		
1 034			50		

Aclaración: en el libro hay un error en la representación del número 10 del sistema egipcio debe ser una U invertida. En la numeración maya, no alcanza con la información del libro para escribir correctamente los números 24, 32, 41 y 50. Deben ampliar su información en Internet.

Página 12

La numeración romana se utiliza para escribir los siglos; los miembros de dinastías, como reyes, papas y emperadores; congresos, festivales, cértamenes; en la numeración de las partes de una obra, por ejemplo: Libro I, Volumen III, Capítulo X. También podemos encontrarlos en lápidas y relojes.

1. CCXLIX
2. CVIII El 0 no figura.
3. Comúnmente se lo clasifica como un sistema aditivo, pues si bien se prefiere determinada posición, lo realmente importante es la adición de los distintos símbolos.

   Por ejemplo: IV es diferente de VI. Importa la adición de los distintos símbolos, pero la posición cambia también el valor. Por lo cual se concluye que es una combinación de los dos: posicional y aditivo.

Página 13

1. El sistema binario es un sistema posicional.
2. Y el decimal también es posicional.

Sistema decimal	Sistema binario
45	101101_2
111	1101111_2
512	1000000000_2

Página 15

El objetivo de esta actividad es que los alumnos descubran que si bien, los números naturales son un conjunto numérico importantísimo, muy útil e infinito, no es denso. Es decir que existen otros conjuntos numéricos que se necesitan en determinadas ocasiones, como el conjunto de los números racionales.

Aclarar el tema del primer elemento del conjunto de números naturales. Depende del país y del uso que le den: en unos casos se utiliza el 0 como primer elemento, y en otros el 1. Queda a cargo del docente la explicación, aunque se aclara que el más generalizado es el 0, y es el concepto que este libro trabaja.

Página 17

1.

a	b	c	$a+b$	$b+c$	$(a+b)+c$	$a+(b+c)$
4	7	2	11	9	11 + 2=13	4 + 9=13
12	9	4	21	13	25	12 +13=25
5	3	2	8	5	8 + 2=10	10
1	10	9	11	19	11 + 9=20	1 +19=20

2. a. Solución: {0, 1, 2, 3}
Explicación:

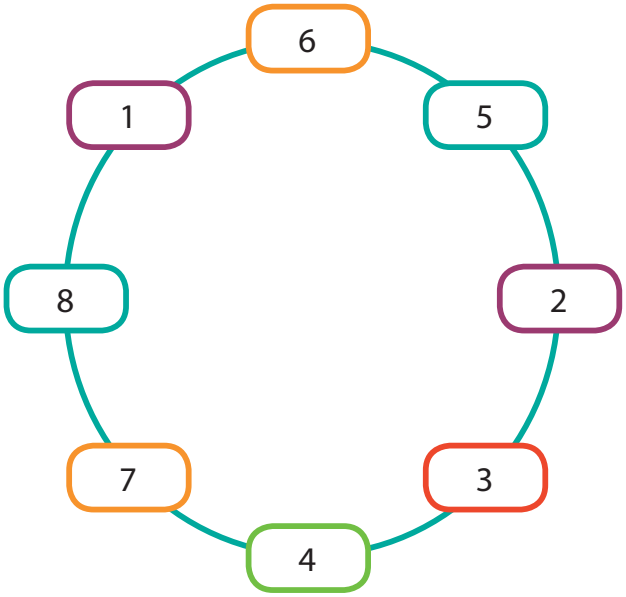
$24 + 0 = 24 < 28$
$24 + 1 = 25 < 28$
$24 + 2 = 26 < 28$
$24 + 3 = 27 < 28$

b. Solución: {6, 7, 8, 9, ...}

c. Solución: {0, 1, 2, 3, ...}

d. Solución: {0}

3. Hay más posibilidades de soluciones.
La siguiente es un ejemplo.



Página 19

En el libro, se utilizó un criterio específico para la multiplicación.
Siempre que se trabaje solamente con números, se seguirá utilizando el signo de X para que los alumnos no lo confundan con una coma decimal.
Cuando hubiere números y letras, se utiliza el punto como signo de multiplicación.
Y cuando solamente hay letras se omiten los símbolos. Es un acuerdo al que se llegó por un tema de claridad.

Página 21

La actividad del circo tiene como objetivo que utilicen operaciones combinadas para resolverlo.
En la actividad 4 es bueno resaltar la diferencia entre la adición y la multiplicación.

Resaltar en el dicho popular que esto se refiere a la propiedad conmutativa de la multiplicación, donde los factores y el producto son los elementos de esta operación.

Página 22

En la actividad referente a la lectura "El mouse más caro del mundo", se deberán tener en cuenta los precios de los productos de cada zona geográfica.

Destacar que la división entre 0 no está definida en matemática. No se puede dividir entre “nada”.

Página 23

La división exacta entre números naturales no siempre existe. Pero sí la división entera. Por ejemplo: 6:4, etc.

Página 24

a. 7

b. 1

c. 69

d. 22

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

En esta sección se realiza un estudio sobre la vida de Moisés, basándonos en la cultura egipcia de aquel momento. Se integra el tema del sistema de numeración egipcio, utilizado en esa época.

ACTIVIDADES

1. **a.** 75

b. Asociativa: (24 + 0) + (46 + 5) = 75
Neutro: 24 + (51) = 75
Esta es una opción.

2.

a	*b*	*c*	*a* + *b*	*b* – *c*	(*a* + *b*) – *c*	*a* + (*b* – *c*)
3	14	6	17	8	(17) – 6 = 11	3 + (8) = 11
37	24	7	61	17	54	37 + (17) = 54
7	9	2	16	7	(16) – 2 = 14	14
28	56	11	84	45	(84) – 11 = 73	73

3.

a	*b*	*c*	*ac*	*bc*	*(a + b) c*	*ac + bc*
4	2	5	20	10	(6) . 5 = 30	20 +10 =30
3	6	9	27	54	(9) . 9 = 81	27 + 54 = 81
7	8	10	70	80	(15) . 10 = 150	70 + 80 = 150
1	7	5	5	35	40	5 + 35 = 40

4. Es correcto. $6 + 3 \times 2 = 6 + (3 \times 2) = 6 + 6 = 12$.

5.

$3 \times (8 + 5) = 3 \times 13 = 39$

$6 \times (4 + 10) = 6 \times 14 = 84$

$2 \times (7+14)=2\times21=42$

$8 \times (2+3+1+7)=8\times13=104$

$m \,.\, (1 + 5) = 6m$

$m \,.\, (7 - 10 + 11) = 8m$

$m \,.\, (1 + 1 + 1) = 3m$

$m \,.\, (4 + 8 - 4) = 8m$

6.

$12m = 7m + 5m$

$12m = 6m \,.\, 2$

$12m = 4 \,.\, 3m$

$12m = 15m - 3m$

7. $(10 \times 32 \times 4) + (1 \times 10) = 1\,290$ libros

8. **a.** 51

b. 67

c. 7

d. 113

e. 4

9. **a.** $16 + 28 = 44$

b. $1 + 4 + 2 = 7$

c. $15 + 16 + 20 = 51$

d. $(7 \times 7) + 8 + 10 = 67$

e. $(12 \times 6) + 12 = 84$

f. $(20 + 2) : (6 + 5) = 22 : 11 = 2$

g. $135 + 5 - 4 = 136$

h. $1\,148 + 8 = 1\,156$

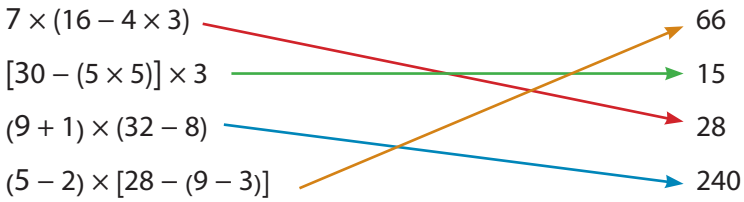
i. $546 + 112 = 658$

j. $119 + 56 - 19 + 40 = 196$

10. 141 500 cm^2

11. U$S 117

12.



13.

a. 12 litros.

b. $ 480.

c. 3 baldes.

d. Le sobrarán 3 litros de pintura.

14. **a.** 5 + 72 = 77 **b.** 64 – 14 = 50

c. 36 + 23 = 59 **d.** 7 × 9 = 63

e. 25 × 4 = 100 **f.** 18 – 15 = 3

En los casos **a**, **c** y **f**.

15. **a.** 5 **b.** 12

c. 7 **d.** 4

e. 10 **f.** 31

16. **a.** "Hasta setenta veces siete". O hasta 490 veces.

b. Para discutir en clase.

c. Para discutir en clase.

d. 490 – 7 = 483

17. **a.** 5 + 3 + 9 = 17 **b.** (7 + 6) × 80 = 1 040

c. 17 – 4 + 0 **d.** (4 + 7) × 2 = 22

e. 4 × 7 – 2 = 26 **f.** 3 × 12 × 5 = 180

g. 36 – (4 × 4) = 20 **h.** 36 + (6 – 4) = 38

18. **a.**

V	F
F	V
F	V
V	V

b.

V – conmutativa	V – conmutativa
V – neutro del producto	V – asociativa
F	F
F	V – distributiva

19.

2	B
1	A
21	T
20	S
9	I
13	M
1	A

Aclaración: el objetivo inicial era que se forme la palabra "amistad", pero debido a un error de edición no se logra formar. El error está en la primera operación ya que su resultado es 2 (letra B) cuando era necesaria una operación cuyo resultado sea 4 para obtener la letra D. Se corregirá en la próxima edición.

DESAFÍOS

1. Había 9 participantes.

2. a. 80 y 76

b. Se le resta 4 unidades.

c. 64 y 12.

d. Sí, en el lugar 26.

3. $(2 + 2 + 2 + 2) \times (2 + 2) + 2 + 2 + 2 + 2 = 40$
Esta es una opción.

4. Marcos es el ganador ya que recorrió 7 km; Laura, 5 km y Alicia, 3 km.

5. a. 39 $19 + 20 = 39$ y $3 \times 9 = 27$

b. 210 $5 \times 6 \times 7 = 210$ y $5 + 6 + 7 = 18$

c. 23 o 41 $2 + 3 = 5$ y $11+12 = 23$, o $4 + 1 = 5$ y $20 + 21 = 41$

Hay dos opciones en este último.

6. 96 cm^2

7. En orden: Carlos, Diego, Ernesto, Antonio y Bernardo.

8. El secreto está en que se suman doblemente varias cosas. Por ejemplo, se toma en cuenta que duerme 8 horas diarias (contando sábados y domingos) y luego se suman también los sábados y los domingos. Así también con los feriados, las horas para comer y demás.

Capítulo

02

NÚMEROS NATURALES
(SEGUNDA PARTE)

DISPARADOR

El objetivo de este disparador es introducir potenciación.

1. Es posible que algunos alumnos al dar una respuesta rápida, estén de acuerdo con la elección de Romina la cual ganaría unos 3 100 S (31 días del mes de enero por 100 S = 3 100 S).
Pero la segunda opción es más favorable, pues:

Día	1	2	3	4	5
Sueldo	2 S/	4 S/	8 S/	16 S/	32 S/

Día	6	7	8	9	10
Sueldo	64 S/	128 S/	256 S/	512 S/	1 024 S/

Día	11	12	13	14	15
Sueldo	2 048 S/	4 096 S/	8 192 S/	16 384 S/	32 768 S/

Día	16	17	18	19	20
Sueldo	65 536 S/	131 072 S/	262 144 S/	524 288 S/	1 048 576 S/

Día	21	22	23	24	25
Sueldo	2 097 152 S/	4 194 304 S/	8 388 608 S/	16 777 216 S/	33 554 432 S/

Día	26	27	28	29	30
Sueldo	67 108 864 S/	134 217 728 S/	268 435 456 S/	536 870 912 S/	1 073 741 824 S/

Día	31
Sueldo	2 147 483 648 S/

Destacar que ya en el día 12 ganaría más dinero que trabajando por 100 S/ por día durante todo el mes.
Se le puede proponer a los alumnos que realicen el cálculo de lo que ganaría cada día en una tabla, desarrollando día 1: 2 = 2
Día 2: 2x2 = 4
Día 3: 2x2x2 = 8
Día 4: 2x2x2x2 = 16. Etc.

De esta manera, el total de lo que podría ganar sería unos: 4 294 967 294 S/.

Se sugiere volver al disparador 1, luego de definir potenciación en la siguiente página.

2. En esta actividad se debe destacar que las cerámicas son cuadradas.
También es importante que los alumnos recuerden como determinar el área de un cuadrado.
Si cada cerámica tiene un área de 900 cm^2, entonces la misma tiene 30 cm de lado.
Respuesta: se necesitarán 15 cerámicas.

3. La respuesta obvia es la multiplicación. Pero otra respuesta posible es la potenciación. Pues, por ejemplo, si una persona tiene 2 hijos, y cada uno de ellos tiene 2 hijos, etc., estamos frente a una operación de potenciación con base 2.

Página 37

$12^1 = 12$	$8^0 = 1$	$2^3 \times 2^5 = 2^{(3+5)}$
$2^8 : 2^3 = 2^{(8-3)}$ $2^8 : 2^3 = 2^5$ $2^8 : 2^3 = 32$	$(3^4)^2 = 3^{4\times 2}$ $(3^4)^2 = 3^8$ $6\,561$	$(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2$ $(3 \times 5)^2 = 9 \times 25$ $(3 \times 5)^2 = 225$
$(6 : 2)^3 = 6^3 : 2^3$ $(6 : 2)^3 = 216 : 8$ 27	$17^0 \times 17^3 = (17)^{0+3}$ $(17)^3$ $4\,913$	$(4^3)^4 \times 4^6 = 4^{3\times 4} \times 4^6$ $4^{12} \times 4^6$ $4^{12} \times 4^6 = 4^{18}$

Página 39

1. Expresa el resultado como una sola potencia.

a. $5^8 : 5^2 = 5^6$

b. $4^{20} \times 4^0 = 4^{20}$

c. $2^{14} \times 2^3 \times 2^{11} = 2^{28}$

d. $(9^6 \times 5^6) : 45^6 = 1^6$

e. $7^4 \times 2^4 = 14^4$

f. $8^{11} : 4^{11} = 2^{11}$

g. $(10^3)^4 \times 10 = 10^{13}$

h. $(6^9 \times 6^{10}) : 6^{14} = 6^5$

i. $3^4 \times 3 = 3^5$

j. $(2^3)^2 \times 2^4 = 2^{10}$

k. $((4)^4)^3 \times 4 = 4^{13}$

l. $((10)^2)^3 \times (10)^{25} = 10^{31}$

2. Completa la siguiente tabla:

$\sqrt[2]{36} = 6$	porque	$6^2 = 36$
$\sqrt[3]{27} = 3$	porque	$3^3 = 27$
$\sqrt[4]{16} = 2$	porque	$2^4 = 16$
$\sqrt[5]{32} = 2$	porque	$2^5 = 32$
$\sqrt[5]{1\,024} = 4$	porque	$4^5 = 1\,024$
$\sqrt[5]{243} = 3$	porque	$3^5 = 243$

Página 40

Resuelve las siguientes operaciones combinadas:

a. $4^3 + (\sqrt{25} - 4) + (5^0 \times 8) = 73$

b. $[(4 : 2) + 19] : (3 \times 7) + 8^2 = 65$

c. $\{[(17 \times 0) + 9 - 4] \times 5\} - 10 + \sqrt{64} = 23$

d. $(5)^2 - \sqrt{[(3 + 3) \times 6]} + (16 : 4) = 23$

Página 41

1. El objetivo de la actividad es que el alumno observe que un mismo número puede tener más de un divisor.
Área total de la cartelera: (5cm x 7cm) x 72 = 2 520 cm^2
Una opción es (hay otras): 30 cm x 84 cm.

2. El tamaño de las fotografías deberá ser 8 cm x 10 cm.
Necesitarán 98 fotografías.

3. 43 y 97 son números primos. Por lo tanto, la única opción que existe, para cumplir con todas las condiciones, es ubicar 1 sola imagen de 43 cm x 97cm.

Página 42

1. Los números naturales son infinitos, por lo cual no existe un mayor múltiplo de un número natural.

2. Cero.

3. El mismo número.

1. 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120.

2. En la siguiente tabla de doble entrada, marca con una X, según corresponda:

Múltiplo de:	14	18	24	30	45	56	63	72	160
2	X	X	X	X		X		X	X
3		X	X	X	X		X	X	
4			X			X		X	X
5				X	X				X
6		X	X	X				X	
7	X					X	X		
8			X			X		X	X
9		X			X		X	X	

Página 43

1. 1

2. El mismo número.

1. 1, 2, 3, 6, 9, 18.

2. En la siguiente tabla de doble entrada, marca con una X, según corresponda:

Divisor de:	2	3	4	5	6	7	8	9
12	X	X	X		X			
20	X		X	X				
36	X	X	X		X			X
56	X		X			X	X	
64	X		X				X	
81		X						X
100	X		X	X				
133						X		

Página 44

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1		X																			
2		X	X																		
3		X		X																	
4		X	X		X																
5		X				X															
6		X	X	X			X														
7		X						X													
8		X	X		X				X												
9		X		X						X											
10		X	X			X					X										
11		X										X									
12		X	X	X	X		X						X								
13		X												X							
14		X	X					X							X						
15		X		X		X										X					
16		X	X		X				X								X				
17		X																X			
18		X	X	X			X			X									X		
19		X																		X	
20		X	X		X	X					X										X
21		X		X				X													
22		X	X									X									
23		X																			
24		X	X	X	X		X		X				X								
25		X				X															
26		X	X											X							
27		X		X						X											
28		X	X		X			X							X						
29		X																			
30		X	X	X		X	X				X					X					
31		X																			
32		X	X		X				X								X				
33		X		X								X									
34		X	X															X			
35		X				X		X													
36		X	X	X	X		X			X			X						X		
37		X																			
38		X	X																	X	
39		X		X										X							
40		X	X		X	X			X		X										X

Página 45

2. El objetivo de las preguntas es deducir los criterios de divisibilidad.

Página 48 (parte 2 de la última actividad)

a. El mcm es 36.

b. El mcm es 20.

El mcm entre esos cuatro números siempre es un número igual al más grande o mayor que él, pero nunca menor.

Página 49 (primer ícono actividad)

$D(36) = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, 4, \mathbf{6}, 9, 12, 18, 36\}$

$D(42) = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{6}, 7, 14, 21, 42\}$

De los divisores comunes, el mayor es el 6.
Por lo tanto, cada estante tendrá 6 computadoras o 6 tabletas y se necesitarán un total de 13 estantes.

Último ícono actividad - parte 2

a. El MCD es 2.

b. El MCD es 1.

La conclusión es que el MCD siempre será igual al menor de los números, o menor aún que él.

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

Destacar la importancia que tiene la matemática en la vida cotidiana, y la promesa de Dios para quienes se preocupan y ayudan a otras personas más necesitadas.

"Y cualquiera que dé a uno de estos pequeñitos un vaso de agua fría solamente, por cuanto es discípulo, de cierto os digo que no perderá su recompensa" (*Mateo 10:42*).

ACTIVIDADES

Se espera que los alumnos desarrollen una estrategia para calcular las potencias sin utilizar calculadora.

1. a. 64

b. 128

c. 625

d. 729

2. Completa la siguiente tabla:

Expresión abreviada	Expresión desarrollada	Potencia
3^4	3 x 3 x 3 x 3	81
5^3	5 x 5 x 5	125
2^7	2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2	128
4^8	4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4	65 536
6^4	6 x 6 x 6 x 6	1 296
0^3	0 x 0 x 0	0
10^6	10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10	1 000 000
11^3	11 x 11 x 11	1 331

3.

$2^3 = 8$ $\quad 3^3 = 27$ $\quad 231^1 = 231$ $\quad 1^1 = 1$

$9^2 = 81$ $\quad 4^2 = 16$ $\quad 5^3 = 125$ $\quad 10^5 = 100\,000$

4. $(81\text{ m})^2 = 6\,561\text{ m}^2$

5. **a.** 144

b. 10

c. 5

d. 31

e. 10

f. 50

6. **a.** 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110.

b. 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99, 102.

c. Los múltiplos de 5 entre 80 y 217 son: 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190, 195, 200, 205, 210, 215.
Los múltiplos de 7 entre 80 y 217 son: 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168, 175, 182, 189, 196, 203, 210.

7. **a.** F

b. F

c. V

d. F

e. F

f. F

8.

N°	2	3	5	13
36	X	X		
45		X	X	
52	X			X
60	X	X	X	

9. Tener en cuenta que, en esta actividad, no hay una única respuesta, por lo tanto, se sugieren ejemplos de posibles soluciones.

a. 2 541

b. 35 612 758

c. 720

d. 10 857

10. Verdadero o falso.

a. F – Es falso, pues entre sus divisores están el 1, el 50, el 2, etc. Tiene más de dos divisores. No es primo.

b. F – Falso – el 2 es par y es primo.

c. V

d. V

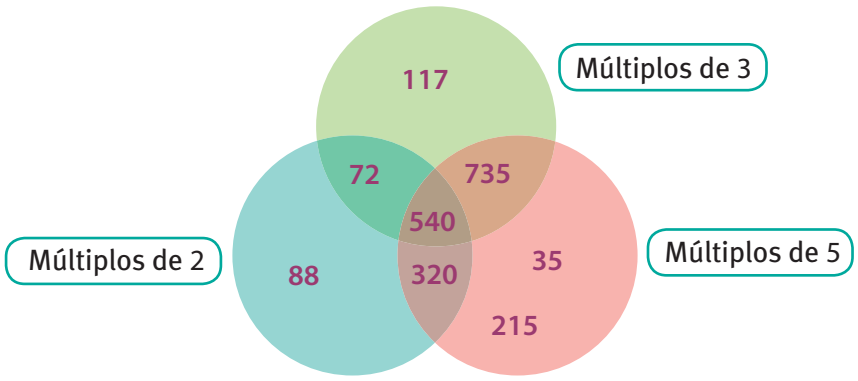
e. V

11.

a. 4^3

b. 4^{10}

12.



13.

a. 96

b. 30 y 60

c. 224

14. Una opción podría ser: 31 y 5, pues 31+5=36 y 31–5=26.

15.

a.

105	7
15	5
3	3
1	

$105 = 7 \times 5 \times 3$

b.

100	5
20	5
4	2
2	2
1	

$100 = 5^2 \times 2^2$

c.

630	7
90	5
18	3
6	3
2	2
1	

$630 = 7 \times 5 \times 3^2 \times 2$

d.

378	7
54	3
18	3
6	3
2	2
1	

$378 = 7 \times 3^3 \times 2$

e.

108	3
36	3
12	3
4	2
2	2
1	

$18 \times 6 = 3^3 \times 2^2$

También se puede descomponer por separado al $18 = 3 \times 3 \times 2$ y $6 = 2 \times 3$.

f.

$21 = 7 \times 3$ y $25 = 5 \times 5$

Entonces:
$21 \times 25 = 7 \times 3 \times 5 \times 5 = 7 \times 5^2 \times 3$

g.

$9 = 3 \times 3$ y $55 = 5 \times 11$

Entonces:
$9 \times 55 = 11 \times 5 \times 3^2$

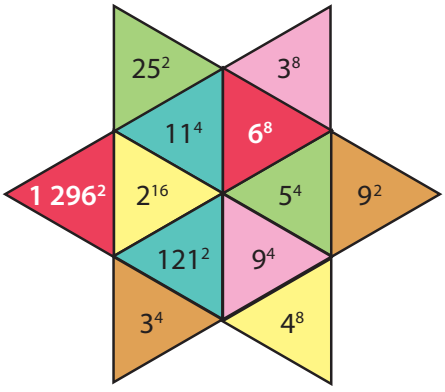
h.

$35 \times 21 \times 8 = 7^2 \times 5 \times 3 \times 2^3$

DESAFÍOS

1. 13 días.

2.



3. $3 \times 3 \times 3 = 3^3 =$ 27 jeans.

4. **a.** El cociente de 100:7 es 14 y el resto 2. Entonces dentro de 100 días, pasarían 14 semanas y 2 días, si hoy es miércoles dentro de 100 días sería viernes.

b. Sábado.

c. Martes.

5. 180 pues es divisible entre 9. Y le regalaría 20 a cada uno.

6.

e. La respuesta **d** siempre será un número compuesto, pues todo múltiplo de un natural, distinto de cero y de si mismo siempre es compuesto.

7. Sí, se puede llenar un número exacto de botellas de 3 litros.
Si el depósito es de 1 800 litros, se pueden llenar 600 botellas.
Si el depósito es 5 veces mayor se pueden llenar 3 000 botellas.

8. **a.** 15 120

b. Como la descomposición en factores primos de 8 es igual a $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ entonces: $8 . A = 7 \times 5 \times 3^3 \times 2^7$

c. Como $14 = 7 \times 2$ entonces: $A = 5 \times 3^3 \times 2^3$

d. $A = 7 \times 5 \times 3^2 \times 2^4$

9. **a.** Sí, pues $300 : 15 = 20$.

b. El cociente de $100 : 12$ es 8 y el resto es 4. Por lo tanto, podrá armar 8 paquetes y para completar el noveno le faltarán 8 huevos.

10. Quedarán en total 13 tiras cortadas, de 7 cm cada una.

11. MCD (160, 240) = 80
Cada trozo debe medir 80 cm, suponiendo que las dos tablas tienen el mismo ancho.

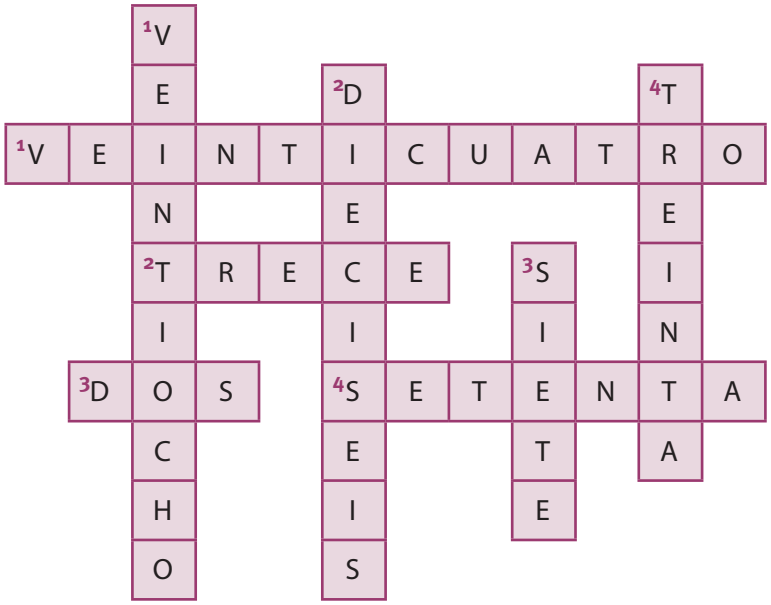
12. Dentro de 280 días.

13. Coinciden cada 28 días.

14. 36 litros.

15. Dos soluciones: 2+3+5+7+17 y 13+11+5+3+2.

16.



17.

a. 7

b. 11

c. 71

d. 22

e. 50

Capítulo

03

NÚMEROS ENTEROS

DISPARADOR

El objetivo del disparador es que los alumnos identifiquen un nuevo conjunto numérico, sumamente importante y necesario en la vida cotidiana. Se considera importantísimo que realicen, luego de leer de forma conjunta el disparador, los ejercicios que allí se sugieren, para que de esta manera reafirmen los conocimientos adquiridos en esta página.

Página 65

En la parte 3 completar:
"0 es mayor que los enteros **negativos** y menor que los enteros **positivos**".
"Los enteros **negativos** son menores que los enteros **positivos**".

Definición de valor absoluto: ¡cuidado! No decir a los alumnos que el valor absoluto de un número, es el número sin el signo, pues es un error. La definición de valor absoluto es la que figura en el libro. Todos los números, excepto el 0, tienen signo.

Página 66

En la parte 1 de la actividad, tomar en cuenta que, al completar la tabla, conociendo el valor absoluto del número, no necesariamente sea el opuesto cuando este es positivo. Puede ser +7, y su valor absoluto, también +7.

En la parte 3 de la actividad, completar las frases:
"De dos números enteros positivos, es mayor el que tiene **mayor** valor absoluto".

"De dos números enteros negativos, es mayor el que tiene **menor** valor absoluto".

Página 67

Análisis de casos

Casos **a** y **b**: "El valor absoluto del resultado es la **suma** de los valores absolutos de los sumandos".
"El signo del resultado es **el de los sumandos**".

Casos **c** y **d**: "El valor absoluto del resultado es la **diferencia** de los valores absolutos de los sumandos".
"El signo del resultado es el del sumando que tiene **mayor** valor absoluto".

Página 69 (segundo ícono actividad)

1. La diferencia entre los dos métodos utilizados para calcular sumas algebraicas es que en uno se asocian de a dos términos, y luego el resultado de esa operación se asocia al siguiente término, etc., hasta finalizar la operación. La propiedad utilizada es la asociativa.

En el otro se aplican propiedad conmutativa y asociativa. Se asocian todos los sumandos de signo positivo, por un lado, y se obtiene el resultado, y por otro lado todos los sumandos de signo negativo, y se obtiene el resultado. Se suman los resultados obtenidos y entonces se llega al resultado final.

Página 70

Luego de introducir el tema "Sustracción" es bueno que el docente explique que la operación de la sustracción, en realidad no es necesaria; dado que es la adición del opuesto del número que se está sumando.

El objetivo de la primera actividad es que los alumnos vean que la sustracción es exactamente lo mismo que la adición del opuesto de un determinado número. Esa es la razón de la cuarta y quinta columnas.

Página 72

Un método didáctico muy útil, a la hora de explicar la multiplicación de números enteros, es el que figura en el libro: que los alumnos obtengan el signo del resultado, y luego el número.

En primer lugar, "multiplican signos", y en segundo lugar "multiplican números"; de esta manera obtienen el resultado final. Es lo que se quiere lograr con el ejemplo.

Página 73

Propiedades:

1. Conmutativa.
2. Asociativa.
3. Neutro de la multiplicación.
4. Absorción.
5. Distributiva.

Página 74 (parte 2 de la actividad)

a. El signo del producto entre dos números positivos es **positivo**.

b. El **signo** del cociente entre dos números de **distinto** signo es negativo.

c. Si el signo del producto entre dos números es negativo, ambos números tienen **diferente** signo.

d. Conociendo que el cociente entre dos números es positivo, si uno de los números tiene signo negativo, necesariamente el signo del otro número es **negativo**.

Página 76

El objetivo de la actividad es que utilicen las propiedades vistas, y no calculadora para obtener el resultado.

Página 78

Datos:

1 000 comprimidos por minuto

25 mg de polvo por comprimido

5 kg de polvo

2 horas de tiempo

Cálculos:

1 000 c x 25 mg = 25 000 mg

25 000 mg x 60 min = 1 500 000 mg

1 500 000 mg x 2 horas = 3 000 000 mg

3 000 000 mg equivalen a 3 kg

Si en un principio hubo 5 kg de polvo, al detener la máquina a las 2 horas de comenzar a funcionar, quedan 5kg – 3kg = 2kg.

Como operación combinada:

5 000 000 mg – (1 000 x 25 mg x 60 min x 2 h) = 2 000 000 mg

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

Es muy interesante en este apartado, lograr que los alumnos vislumbren algo de lo que es la eternidad, y que no estamos capacitados para comprenderla totalmente. Solo la podemos aceptar.

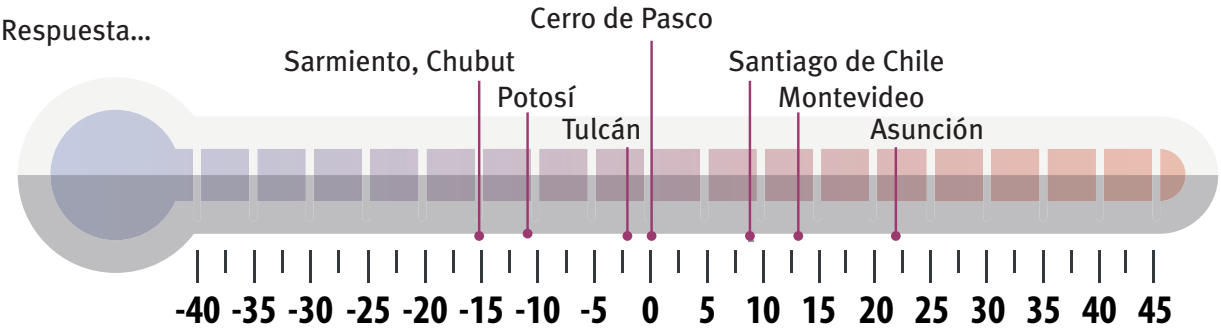
Así como los números enteros no tienen principio, ni tienen fin, así Dios también es eterno, y nosotros seres minúsculos.

Este tipo de conversaciones en una clase, la enriquecen mucho y permiten conocer lo que piensan los alumnos sobre el tema.

Leer la Biblia con los alumnos es sumamente enriquecedor y nos ayuda a todos a crecer y conocer un poco más de nuestro Dios y del plan que tiene para nuestras vidas.

ACTIVIDADES

1. Respuesta...



2. Lago Baikal (Siberia): 1 637 mdnm
Mar Rojo (Egipto): 332 mdnm
Volcán Thrihnukagigur (Islandia): 213 mdnm
Ciudad de Sucre (Bolivia): 2 790 msnm
Cusco (Perú): 3 399 msnm
Aconcagua (Argentina): 6 962 msnm

3. $-5\,200 + 3\,000 + 3\,000 = (-5\,200 + 3\,000) + 3\,000 = (-2\,200) + 3\,000 = 800$
Respuesta: me quedan $ 800 a favor.

4. Recuerda que, en la Biblia, un día (proféticamente hablando) equivale a 1 año. Es decir que si la Biblia dice: "2 300 tardes y mañanas", en un contexto profético, está hablando de 2 300 años.
También se debe tomar en cuenta que, históricamente, para realizar cálculos de años, hay que adicionar un año, dado que no existió el año 0, sino que existió solamente el año 1.
Por lo cual, $1\,844 + 1 = 1\,845$
Y entonces, finalmente: $1\,845 - 2\,300 = -457$
Por cual, la profecía comenzó en el año 457 a. C.

5. $(6 - (-1)) = 6+1 = 7$
Tuvieron que bajar 7 pisos en total.

6. Respuestas:

a. $2 + 4 = 6$

b. $-1-2 = -3$

c. $-2 + 5 = 3$

d. $4 - 6 = -2$

7. $-399 - (-470) = -399 + 470 = 71$
Respuesta: Sócrates vivió 71 años en total.

Razonamiento: si ambos años son antes de Cristo, ambos años se representan con números negativos. Si lo que se quiere saber es los años que vivió, entonces se calcula la "diferencia" entre el año de muerte y el de nacimiento. El resultado será la cantidad de años que vivió.

8. Respuestas:

a. $45 > 32 > -2 > -30$

b. $2 > 0 > -3 > -16$

c. $100 > 94 > -80 > -99$

d. $23 > -7 > -14 > -25$

9. $-3 - (-21) = -3 + 21 = 18$

Respuesta: la diferencia de temperaturas ha sido de 18°.

Recordar a los alumnos que siempre que se hable de "diferencia" se está hablando de la operación de sustracción.

10. Respuestas:

a. –48
b. –25
c. –14
d. 0

11. Respuestas:

a.	+48	**b.**	42
c.	–13	**d.**	–56

12. Respuestas:

Grupo A	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	DIF	PTS
México	4	4	0	**0**	10	5	**5**	**12**
Honduras	4	1	1	**2**	4	5	**–1**	**4**
Canadá	4	1	1	**2**	1	5	**–4**	**4**
El Salvador	4	0	2	**2**	2	7	**–5**	**2**

Grupo B	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	DIF	PTS
Costa Rica	4	3	1	**0**	7	2	**5**	**10**
Panamá	4	**2**	1	1	**4**	2	2	**7**
Jamaica	4	1	**1**	2	**2**	6	–4	**4**
Haití	4	**0**	1	3	0	**3**	–3	**1**

Grupo C	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	DIF	PTS
Trinidad y Tobago	4	3	**1**	**0**	11	**3**	8	10
EE.UU.	4	**2**	1	**1**	**10**	3	7	7
Guatemala	4	**2**	**0**	2	7	**6**	1	6
San Vicente y Las Granadinas	4	**0**	0	**4**	3	**19**	–16	0

13. Respuestas:

a. $(-5)^2 + (-3)^4 + (-2)^3 = +25 + 81 + (-8) = +98$

b. $(+4)^2 + (-4)^2 + (+10)^2 = (+16) + (+16) + (100) = +132$

c. $(+3)^5 - (-2)^3 + (+8)^2 = (+243) - (-8) + (+64) = +315$

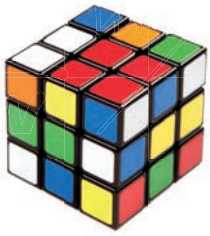
d. $(-12)^0 + (-6)^2 + (-4)^3 = (+1) + (+36) + (-64) = -27$

14. Respuestas:

$\left(\frac{4}{2}\right)^3 = 8$	$(-3)^2 . (-3)^2 . (-3)^2 = -729$
$\frac{(2)^9}{(2)^7} = 4$	$((-4)^2)^3 = 4\,096$

15.

$3^3 \times 4^3 = (3 \times 4)^3 = 12^3 =$ **1 728 cm³**



729 cm³

3 375 cm³

16. Respuestas:

a. Están ubicados a la misma distancia del 0.

b. El 0 es el único número que no tiene opuesto. Está en el teórico, en el ícono destaque de la página 66.

17. Vivió 90 años. Año de muerte menos año de nacimiento: $-370 - (-460) = -370 + 460 = 90$ años.

18. Vivió 73 años.

19. -2, porque $\sqrt[5]{-32} = -2$

20. $-15.a = 285 \quad a = -19$

21. 978 metros.

22. Vuela a 10 000 metros de altura.

23. $13 - (-5) = 18$ grados de diferencia.
Si el viaje fuera al revés, la diferencia sería exactamente la misma.
Esta actividad es interesante trabajarla en conjunto con el profesor de Física, Química o Ciencias Naturales.

La diferencia está en que la diferencia de temperatura es $T_f - T_i$, temperatura final y temperatura inicial. Entonces la diferencia entre los dos radica en que en un caso el valor es positivo, y en otro es negativo.

24. Ian queda posicionado en la casilla 2, y Alexis en la 4, por lo tanto, el ganador es Alexis.

25. Respuestas:

a. 3, 4, 5, 6 y 7.

b. –3, –2, –1, 0, 1, 2 y 3.

26. Respuestas:

a. 37 – (–42) = 79 años. A este se le debe sumar un año (recordar) pues no existió el año 0. Por lo tanto Tiberio Julio César vivió 80 años.

b. Mateo 22:15–22.

27. Respuestas:

a. F

b. V

c. V

d. F

28. Respuestas:

Sebastián	Fabián	Mónica
10 x 3 – 4 x 2 + 2 x 0 = 30 – 8 + 0 = 22	8 x 3 – 3 x 2 + 5 x 0 = 24 – 6 + 0 =18	11 x 3 – 5 x 2 + 0 x 0 = 33 – 10 + 0 = 23

Por lo tanto, quien obtuvo mayor puntaje fue Mónica.

29. Respuestas:

a. –63

b. 235

c. 355

d. 92

e. 16

30. Respuestas:

a. $ 26 000

b. $ 104 000

c. $ 52 000

d. $ 156 000

e. $ 28 000

DESAFÍOS

1. Sí, hay. La diferencia es que el conjunto de los números naturales incluye el 0, y el de los enteros positivos no lo incluye. En algunos lugares se acepta que estos dos conjuntos son iguales, pero lo más generalizado es la definición aquí dada.

2. Cuando los números son negativos.

3. Respuestas:

- **a.** En la figura 1 hay 20 cubitos. En la figura 2 hay 30 cubitos.
- **b.** 64 cubitos, cualquiera de las dos figuras.
- **c.** 4 cubos cada arista.

4. Respuestas:

- **a.** El lado del cerco medirá 11 m. El perímetro será de 44 m.
- **b.** Ahora el área mide 169 m^2.

5. Respuestas:

- **a.** 5 200 m
- **b.** 8 848 m
- **c.** 3 648 m
- **d.** 5 600 m
- **e.** 5 895 m
- **f.** 295 m
- **g.** 4 205 m
- **h.** 6 000 m
- **i.** 10 205 m

El ícono pregunta es abierto. Discutan en la clase cuál es la visión de cada uno.

Capítulo

04 NÚMEROS RACIONALES

DISPARADOR

1. $\frac{5}{6}$.

2. Tomar en cuenta las fracciones equivalentes. Si bien la letra B se puede representar como $\frac{2}{6}$, también puede ser representada por $\frac{1}{3}$, porque hay 1 par de puntos en relieve, de 3 pares de puntos que hay.

3. Hay varios ejemplos. Como las letras G, N, P, R, T, V, W, X y Z.

4. Las letras Ñ, Q e Y. Se representan con $\frac{5}{6}$.

Página 94 (segundo ícono actividad)

1. $\frac{11}{16}$ y $1\frac{3}{8}$ $\frac{9}{12}$ y $2\frac{1}{4}$ $\frac{10}{12}$ y $1\frac{2}{3}$

2. $1\frac{2}{5}$ $6\frac{1}{2}$ $-4\frac{3}{7}$ $3\frac{11}{28}$

Página 95

Pregunta 2: fracciones equivalentes, amplificación.

Página 97

1. El número 3 es racional.

2. El número –8 también.

Destacar que todos los números naturales están incluidos en los números enteros, y los enteros están a su vez incluidos en los números racionales. Por lo tanto, cualquier natural o entero, también es racional; pues se los puede expresar como una fracción. Por ejemplo: $3 = \frac{9}{3} = \frac{6}{2}$

3. Pasar de un decimal semiperiódico a fracción generatriz:

- Numerador: el número dado sin la coma, menos la parte entera seguida de las cifras decimales no periódicas.
- Denominador: un número formado por tantos nueves como cifras tenga el período, seguidos de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal no periódica.

Ejemplos:

$$2,2\hat{8} = \frac{228-22}{90} = \frac{206}{90}$$

$$3,45\widehat{7} = \frac{3\,457-34}{990} = \frac{3\,423}{990}$$

$$0,80612\widehat{} = \frac{80\,612-80}{99\,900} = \frac{80\,532}{99\,900}$$

Página 100

1. $-\frac{28}{32}$ $\frac{54}{100}$ $\frac{854}{1\,534}$ $\frac{45}{26}$

2. a. $0,78$; $0,\widehat{78}$; $0,788$; $0,7\hat{8}$

b. $\frac{5}{19}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{6}{19}$; $\frac{3}{8}$; $0,53$; $0,5\hat{3}$; $0,54$

c. $-\frac{3}{4}$; $-\frac{1}{4}$; $-0,22$; $-\frac{1}{5} = -0,2$; $-1,45$

d. $1,7$; $1,707$; $1,77$; $1,7707$; $1,777$

Página 106

a. $\frac{11}{20}$

b. $\frac{65}{8}$

c. $\frac{7}{5}$

d. $\frac{371}{20}$

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

Redonda	𝅝	1	Tiempo	4	Tiempos
Blanca	𝅗𝅥	$\frac{1}{2}$	Tiempo	2	Tiempos
Negra	♩	$\frac{1}{4}$	Tiempo	1	Tiempos
Corchea	♪	$\frac{1}{8}$	Tiempo	$\frac{1}{2}$	Tiempos
Semicorchea	𝅘𝅥𝅯	$\frac{1}{16}$	Tiempo	$\frac{1}{4}$	Tiempos
Fusa	𝅘𝅥𝅰	$\frac{1}{32}$	Tiempo	$\frac{1}{8}$	Tiempos
Semifusa	𝅘𝅥𝅱	$\frac{1}{64}$	Tiempo	$\frac{1}{16}$	Tiempos

ACTIVIDADES

1. $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ $\quad -\frac{18}{15} = \frac{6}{5}$ $\quad -\frac{7}{14} = \frac{-14}{28}$

2. $\frac{2}{3}$ $\quad -\frac{3}{7}$ $\quad \frac{3}{4}$ $\quad -\frac{48}{47}$ $\quad \frac{9}{50}$

3. $8 = \frac{16}{2} = \frac{32}{4} = \frac{24}{3}$ $\quad a = \frac{2a}{2} = \frac{3a}{3} = \frac{4a}{4}$ $\quad 1 = \frac{10}{10} = \frac{-32}{-32} = \frac{204}{204}$

4. $-7 = -\frac{35}{5} = -\frac{14}{2} = -\frac{56}{8} = -\frac{105}{15}$

5. $8\frac{2}{7}$ $\quad 5\frac{1}{3}$ $\quad -5\frac{2}{3}$ $\quad \frac{5}{7}$ $\quad 1\frac{4}{9}$

6.

a. $\frac{3}{4}.\frac{1}{5}+\frac{5}{2}-\frac{6}{5}:\frac{7}{4} = \frac{55}{28}$	**b.** $\frac{5}{2}+\frac{1}{3}.\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{5}:\frac{4}{3}\right) = \frac{11}{5}$
c. $\left[\frac{3}{7}.\left(-\frac{10}{7}\right)+\frac{8}{3}\right]:\frac{1}{4}-\frac{12}{5} = \frac{4\,276}{735}$	**d.** $\frac{1}{2}+\frac{5}{4}.\frac{3}{2}.5 = \frac{79}{8}$
e. $\frac{7}{5}:\frac{11}{6}-\frac{1}{3}+\frac{4}{5}.\frac{7}{3} = \frac{379}{165}$	**f.** $-\frac{5}{4}.\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{3}\right)-\frac{6}{13} = \frac{19}{156}$
g. $-\frac{7}{4}+\frac{2}{3}.\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}:\frac{4}{3}\right) = -\frac{27}{20}$	**h.** $-\frac{8}{3}.\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{2}\right)-\frac{6}{12} = \frac{17}{6}$
i. $-4.\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{3}\right):\frac{3}{5} = -\frac{95}{9}$ La idea es que el alumno realice una multiplicación de fracciones; de esta manera: $-4.\frac{19}{12}.\frac{5}{3} = \frac{-4.19.5}{1.12.3} = -\frac{95}{9}$	**j.** $\left(\frac{5}{7}-\frac{2}{3}:\frac{8}{3}\right)-\frac{4}{7} = -\frac{3}{28}$
k. $\frac{7}{2}.\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{3}\right)+\frac{5}{6}-1 = \frac{17}{3}$	**l.** $\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{4}\right):(-3) = -\frac{7}{18}$
m. $\left(\frac{9}{5}:\frac{18}{25}\right):(-5)+\frac{3}{7} = -\frac{1}{14}$	**n.** $\frac{1}{2}+\frac{5}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{2} = \frac{23}{4}$

7. Completa la siguiente tabla:

Debido a un error de edición, creemos conveniente hacer dos cambios:

En la fila 3 cambiar el "Inverso de b" por $-\frac{8}{3}$.

En la fila 4 cambiar el "Inverso de ab" por $-\frac{21}{40}$.

a	b	ab	Inverso de a	Inverso de b	Inverso de ab
2	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{4}{7}$
$\frac{5}{-7}$	$-\frac{11}{5}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{-7}{5}$	$\frac{5}{-11}$	$\frac{11}{7}$
$\frac{8}{9}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{1}{-3}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{-8}{3}$	-3
$\frac{8}{3}$	$-\frac{5}{7}$	$-\frac{40}{21}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{7}{5}$	$-\frac{21}{40}$

8. Realiza los siguientes cálculos y expresa el resultado con la fracción irreducible:

a. $\left(\frac{3}{5}:\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{441}{400}$

b. $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

c. $\left(\frac{-5}{-2}\right)^3 = \frac{125}{-8}$

d. $\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\right)^3 = 27$

e. $\left[\left(-\frac{5}{4}\right):\left(-\frac{7}{3}\right)\right]^2 = \frac{225}{784}$

f. $\sqrt[3]{\left(\frac{9}{4}\cdot\frac{3}{2}\right)} = \frac{3}{2}$

g. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{16}{9}$

h. $\left(-\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{2}\right)^{-1} = -\frac{14}{15}$

i. $(-3)^{-2}.(5)^{-1} = \frac{1}{45}$

j. $3^4.\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 6\,561$

k. $\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{32}$

l. $\sqrt{\left(\frac{25}{8}\cdot\frac{1}{2}\right)} = \frac{5}{4}$

9. ¿Por qué número hay que dividir:

$\frac{4}{3}$ **para obtener** $\frac{-16}{3}$? $\boxed{\frac{1}{4}}$

$\frac{-1}{4}$ **para obtener** $\frac{7}{12}$? $\boxed{-\frac{3}{7}}$

$\frac{5}{2}$ **para obtener** $\frac{-5}{4}$? $\boxed{-2}$

$\frac{4}{3}$ **para obtener** $\frac{15}{8}$? $\boxed{\frac{32}{45}}$

10. $\frac{1}{3} = 0,\hat{3}$ $\frac{9}{4} = 2,25$ $-\frac{7}{5} = -1,4$ $\frac{4}{13} = 0,\overset{\frown}{307692}$ $\frac{5}{3} = 1,\hat{6}$ $\frac{3}{8} = 0,375$ $\frac{-12}{3} = -4$

11. $5 = \frac{15}{3}$ $-1,6 = -\frac{8}{5}$ $0,01 = \frac{1}{100}$ $1 = \frac{3}{3}$ $3,4\hat{5} = \frac{38}{11}$ $-0,7 = -\frac{7}{10}$

12. Respuestas:

a. 0,6 > 0,5 > 0,45 > 0,4 > 0,39 > 0,38 > 0,37 > 0,36 > 0,3 > 0, 29 > 0,2 > 0,177

b. 21,425 < 21,43 < 21, 44 < 21,5 < 21,554 < 21,6 < 21,7 < 21,8 < 22,25 < 22,251 < 22,252 < 22,26

c. 8,37 > 8,365 > 8,364 > 8,36 > 8,35 > 8,34 > 8,333 > 8,332 > 8,33 > 8,325 > 8,324 > 8,323 > 8,3

13. $\frac{49}{10} = 4,9$ $\frac{38}{999} = 0,\hat{038}$ $\frac{-5}{1\,000} = -0,005$

$\frac{284}{100} = 2,84$ $2+\frac{4}{9} = 2,\hat{4}$ $\frac{497}{10\,000} = 0,0497$

14. $0,53 = \frac{53}{100}$ $1,72 = \frac{43}{25}$ $4,15 = \frac{83}{20}$ $-0,008 = -\frac{1}{125}$

$15,0073 = \frac{150073}{10\,000}$ $-21,14 = -\frac{1\,057}{50}$

15. **a.** 10

b. 0,01

c. 0,01

d. 1

e. 9 163

f. 0,007

16. **a.** $-\frac{15}{4}$

b. -35

c. $\frac{161}{6}$

d. 10

e. $\frac{29}{2}$

f. $\frac{948}{5}$

17. **a.** 0,09

b. –0,064

c. 0,3125

d. 0,4

e. 0,064

f. 0,01

g. –0,1

h. 0,16

i. 0,16

18. **a.** $\frac{1}{4}$

b. $\frac{1}{8}$

c. $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

d. $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{3}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

e. $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$

19. **a.** $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{2}$

b. $\frac{3}{2}$ y $\frac{3}{4}$

c. 2 y $\frac{4}{3}$

20. **a.** El básquetbol.

b. El fútbol.

c. La suma de $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{14} = \frac{211}{140}$ y como esta es un fracción impropia (mayor a la unidad) evidentemente hay alumnos que practican más de un deporte.

21. 15 x 258,5 kg + 12 x 121,4 kg = 5 334,3 kg

Evidentemente no podrá transitar sin que le impongan una multa de tránsito, pues 5 334,3 kg es mayor a 5 000 kg.

Para la segunda pregunta existen varias opciones. Una de ellas es sacar una caja de 258,5 kg y una de 121,4 kg. Otra es sacar 3 cajas de 121,4 kg. Sacar 2 cajas de 258,5 kg, etc.

22. Respuestas:

a. $\frac{9}{2}$ g

b. 817,5 mg

c. 148 g

d. "Micro y mili".

e. Nano (n), pico (p), kilo (k) y cualquier otro prefijo.

DESAFÍOS

1. La explicación es sencilla: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$

Al repartir los camellos, nunca iban a repartir todo, pues la suma de las partes que debían repartir no da la unidad. El "hombre que calculaba" supo eso, y entonces vió con antelación que al sumar 1 camello las divisiones iban a ser exactas, pero también sin llegar a la unidad de todo. Por lo cual sobrarían dos camellos.

Once camellos y pico es una expresión comúnmente utilizada para decir que es un número racional mayor a 11 pero no exacto.

2. Respuestas:

a. 20 horas.

b. 9 litros.

c. 25 minutos.

3. Esto se cumple, siempre que el numerador en ambas fracciones sea igual, y que el denominador de la segunda sea la suma del numerador y el denominador de la primera.

4. Respuestas:

a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{1}{6}$

c. $\frac{1}{4}$

d. $\frac{2}{3}$

e. $\frac{3}{4}$

5. a. Es abierta, el alumno contesta de acuerdo a lo que duerme.

b. Si son niños y preadolescentes, el mínimo es: $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

Si son adolescentes, el mínimo recomendado es: $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

c. Le dedica a dormir, $\frac{1}{3}$ de su día.

6. $\frac{5}{8}$ l

7. a. Sí, porque $0,01 = \frac{1}{100}$

b. Sí, porque multiplicar por 0,01 es igual a multiplicar por $\frac{1}{100}$, como se vio en la respuesta anterior. Y al multiplicar un número por una fracción, lo que se hace es multiplicar por el numerador y dividir por el denominador. Si el numerador es menor que el denominador el resultado es menor que el número original.

Ejemplo: $3 \times 0,25 = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$

c. Sí, porque $0,0001 = \frac{1}{1\,000}$

8. a. Había hambre.

b. De todo lo cosechado, debían entregar la quinta parte al faraón, lo restante lo utilizaban para sí mismos.

c. 9 sacos.

e. $\frac{4}{5}$

d. Deberán pintar de rojo 3 sacos.

9. a. Eran 12 las tribus de Israel.

b. $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ (ver 1 Reyes 12:20)

c. $\frac{1}{12}$

d. $\frac{10}{12} + \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ Once tribus en total están bajo diferentes reinos. Diez tribus bajo el reinado de Jeroboam, al norte, y una tribu (la de Judá, judíos) al sur, bajo el reinado de Roboam (hijo de Salomón). La tribu de Leví, no tenía herencia ni tierras, ellos heredaron el sacerdocio (ver Josué 13:14). Estos últimos, los levitas, se quedaron en el sur porque ahí estaba el tabernáculo, en Jerusalén.

Jeroboam, por su parte, y con miedo, hizo sus propios dioses en el norte para que no tengan que venir a adorar en Jerusalén y se queden a vivir allí. Él no pidió levitas, sino que lo hizo todo solo, lo que no correspondía.

10.

$\frac{4}{7}$	$\sqrt[3]{\frac{27}{512}}$	$\frac{-8}{-11}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{11}{5}$	$-1,98$
$\frac{3}{8}$	$-0,25$	$-1\frac{3}{10}$	$(2,4)^1$	$\left(-\frac{1}{4}\right)^5$	$\frac{20}{5}$	$3\frac{1}{2}$
$\frac{152}{328}$	$\frac{13}{45}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{15}{3}$	$-\frac{2}{-1}$	$\frac{8}{2}$
$-1,5$	$\frac{7}{3}$	$\left(\frac{7}{15}\right)^2$	$1,96$	$4,9$	$\frac{-10}{-8}$	$3,35$
$-\frac{180}{14}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{17}$	$-\frac{15}{-12}$	$\left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$	$\frac{25}{20}$	$2,7$
$1,2$	$\sqrt[3]{0,001}$	$\frac{18}{4}$	$5,3^0$	$-12,\widehat{33}$	$\sqrt{\frac{25}{16}}$	$\frac{5}{2}$
$\sqrt{\frac{121}{9}}$	$1,83$	$5,001$	$\left(\frac{3}{2}\right)^4$	$-2,4$	$1,25$	$\frac{12}{11}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{13}{7}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{18}{5}$	$-\frac{9}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$
$4,85$	$(-0,5)^3$	$\frac{120}{20}$	$2,85$	$-2,01$	$1\frac{1}{4}$	$\frac{10}{8}$
$4,82$	$2,1^2$	$4\frac{1}{5}$	$3,95$	$1,407$	$\frac{9}{8}$	$\frac{30}{24}$

$\frac{4}{7}$	$\sqrt[3]{\frac{27}{512}}$	$\frac{-8}{-11}$	$\frac{8}{12}$	$-\frac{180}{14}$
$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{-12}$	$\left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$	$\frac{25}{20}$	$-12,3\hat{3}$
$\frac{152}{328}$	$\frac{13}{45}$	$\frac{3}{4}$	$\sqrt{\frac{25}{16}}$	$-2,4$
$5,001$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{4}$	$\left(\frac{7}{15}\right)^{2}$	$1,25$	$-\frac{9}{2}$
$\frac{20}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{17}$	$\frac{5}{4}$	$-2,01$
$\frac{120}{20}$	$\frac{-10}{-8}$	$\frac{20}{5}$	$1\frac{1}{4}$	$\frac{10}{8}$
$\frac{3}{3}$	$\frac{15}{3}$	$-\frac{2}{-1}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{30}{24}$

11. a. $\frac{2}{3}$

b. Consejo: que reduzca todas medidas a $\frac{2}{3}$ del total.

c.

- $\frac{1}{3}$ taza de aceite
- 1 taza de azúcar
- 2 tazas de harina leudante
- $\frac{8}{3}$ cucharaditas de polvo para hornear
- 2 huevos
- $\frac{2}{3}$ taza de jugo de naranja

Capítulo

05

EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y ECUACIONES

DISPARADOR

El objetivo del disparador es que los alumnos logren una aproximación a ecuaciones, con la primera actividad, y a expresiones algebraicas con la segunda. Tendrán que utilizar números, letras y números y finalmente letras. Y en la tercera actividad que puedan realizar una sustitución.

1. Rosado: 3
Diamante: 2
Estrella: 5
Flecha: 6
Corazón: 1
Verde: 4

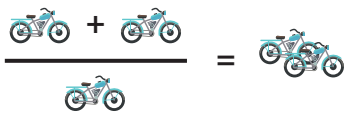
Otra posible solución es que el rosado sea 2 y el diamante 3. Son intercambiables.

2. $Á = \frac{20.5}{2} = \frac{100}{2} = 50$ $\quad Á = \frac{18z}{2} = 9z$ $\quad Á = \frac{3ab}{2}$

3. $Á = \frac{18.7}{2} = \frac{126}{2} = 63$

Página 124

En el ícono actividad, segunda parte, las soluciones son:



(Aclaración: es una actividad pensada para volver a retomarla luego de trabajar el capítulo, cuando aprendan a reducir.)

Página 125

Lenguaje coloquial	Lenguaje algebraico
Un número	x
El cuádruple de un número	$4x$
Dos números consecutivos	$x \quad y \ (x+1)$
Mi edad dentro de 5 años	$x+5$
El consecutivo de un número	$x+1$
La tercera parte de un número	$\frac{x}{3}$
El doble de un número	$2x$

Página 126 (primer ícono actividad)

a. Si la flor representa el 58, el resultado de la operación es $58 - 58 : 2 = 29$

b. $1\,200 - (1\,200 : 2) = 600$

Página 127

En la primera parte, la clasificación de $P(a)=5a$ es monomio (o término), el nombre es P y la variable a.

Página 129 (primer ícono pregunta)

1. Dos monomios semejantes, sí o sí, tienen el mismo grado, pues su parte literal es igual.

2. Los monomios de igual grado no necesariamente son semejantes. Ejemplo: $a^5 \neq a^3 b^2$
Ambos tienen igual grado, pero no son semejantes.

Página 130

1. x^2

2. $4x^2 \qquad 3x^2 \qquad 2x^2$

3. $4x^2 + 3x^2 + x^2 + 2x^2 + 2x^2 = 12x^2$

$4x^2 + 3x^2 + x^2 = 8x^2$

4. $4x^2 + 3x^2 + 2x^2 + x^2 = 10x^2$

Página 133

Parte **2 b.**

Producto de potencias de igual base	Cociente de potencias de igual base	Potencia de potencia
Neutro del producto	Ninguna	Definición de potencia
Absorción	Ninguna	Convención de 1
Ninguna	Cociente de potencias de igual base	Convención de 0

Página 139 (segundo ícono actividad)

1. $(2x + 125) + 2x + x + (2x + 125 + 50) = 1\,000$

Leyendo atentamente las consignas, se puede deducir que la unidad más sencilla a elegir es lo que recibe la tercera persona, dado que es la única cuyo monto no depende de ninguno. En base a eso se establecen las relaciones de las demás:

Tercera persona: recibe x

Segunda persona: recibe el doble de la tercera, por lo tanto, $2x$

Primera persona: recibe 125 más que la segunda, por lo tanto recibe $2x + 125$

Cuarta persona: recibe 50 más que la primera, por lo tanto recibe $2x + 215 + 50$

$x = 100$ por lo tanto, la primera recibe 325, la segunda 200, la tercera 100 y la cuarta 375.

$325 + 200 + 100 + 375 = 1\,000$

2. Mi edad es x. Por lo tanto $x + 2x + 4x = 84$ $\quad 7x = 84$ $\quad x = 12$

3. $x + (x + 1) + (x + 2) = 246$

$3x + 3 = 246$

$3x = 246$

$x = 81$

Los otros dos números, por lo tanto, son 82 y 83.

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

1. Respuestas:

a. Según la RAE, es el grado más alto del conocimiento.

b. Según Job 12:13, la verdadera sabiduría proviene de Dios.

2. Respuesta:

a. Están escondidos en Dios.

b. El objetivo de esta pregunta es que el alumno descubra que el único camino para obtener verdadera sabiduría está en orar a Dios y leer su Palabra.

ACTIVIDADES

1. $x-3$

$3x-3$

$4x^2$

$\frac{x}{2}$

$2x+y$

2. Respuestas:

a. $A(x)=x \quad B(x)=8+x \quad C(x)=\frac{8+x}{2}$

b. $T(x) = x+8+x+\frac{8+x}{2} = \frac{2x}{2}+\frac{16}{2}+\frac{2x}{2}+\frac{8+x}{2} = \frac{2x+16+2x+8+x}{2} = \frac{5x+24}{2}$

3.

a. $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** $\frac{1}{8}$

d. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ **e.** $\frac{1}{9}$ **f.** $\frac{4}{9}$

4. Respuestas:

a. $-3x$

b. $\frac{83}{30}ab$

c. $285xy$

d. $-1a-19{,}5x$

5. $A(x)+B(x)=4x^3$

$A(x)-B(x)=-10x^3$

$-A(x)-B(x)=-4x^3$

$-D(m)+C(m)=9m$

$A(x)+C(m)=-3x^3+8m$

6. $P(x)=4\,.\,(8x-2)=32x-8$

7. $P(a)=24a+12 \qquad P(x)=10x-8$

8. **a.** $P(-1)=2$ **b.** $Q(0)=0$ **c.** $R(4,-1)=-128$ **d.** $S(1,0)=0$

9. Respuestas:

a. $2a$

b. $3a$

c. $a+\frac{a}{3}$

d. $2a+\frac{a}{2}$

e. El ancho es 4,5 cm, entonces: **a.** 9 cm **b.** 13,5 cm **c.** 6 cm **d.** 11,25 cm

10. Respuestas:

$-5a^3b^2$	$25a^6b^4$	$\frac{2}{3}ax^2$	$\frac{4}{9}a^2x^4$
	$-125a^9b^6$		$\frac{8}{27}a^3x^6$
	$625a^{12}b^8$		$\frac{16}{81}a^4x^8$

11. Respuestas:

a. $x - 5$

b. $x + 23$

c. $x - \frac{x}{2}$

d. $x - \frac{x}{2} + 7$

e. Caso **a.** 25

Caso **b.** 53

Caso **c.** 15

Caso **d.** 22

12. Respuestas:

a. Si el largo del terreno es x m, la superficie de terreno en venta es $15x$ m^2.

b. 8 500 m^2

13. Respuesta:

$6x^3y$	$-3x^3y$	$9x^3y$	$2x^3y$
$3x^3y$	$8x^3y$	$-4x^3y$	$7x^3y$
$0x^3$	$11x^3y$	$-1x^3y$	$4x^3y$
$5x^3y$	$-2x^3y$	$10x^3y$	$1x^3y$

14.

Lenguaje coloquial	Lenguaje algebraico
El doble de 6.	2.6
El doble de un número cualquiera.	$2x$
La mitad de un número cualquiera.	$\frac{x}{2}$
El triple de un número, más 5.	$3x + 5$
El siguiente de un número.	$x+1$
Un tercio de un número, menos 10.	$\frac{x}{3} - 10$

15.

16.

★ El precio de cinco pares de medias.	$5m$
★ El precio de tres pares de medias y un par de zapatillas.	$3m + z$
★ El dinero que te devuelven cuando compras un par de medias y un par de zapatillas, y pagas con dos billetes de $ 20 000.	$40\,000 - (m + z)$
★ El dinero que te devuelven cuando compras un par de zapatillas y pagas con dos billetes de $ 20 000.	$40\,000 - z$
★ La diferencia entre el precio de las zapatillas y el precio del par de medias.	$z - m$

17. Respuestas:

El producto de dos monomios es un monomio.	V	
La suma de dos monomios es un monomio.	F	No es así necesariamente. Pues si estos no son semejantes, su suma es un polinomio.
El cuadrado de un monomio es un monomio.	V	
El grado de la suma de dos monomios semejantes es igual al de los sumandos.	V	
El grado del producto de dos monomios semejantes es igual al de los factores.	F	El grado es igual al cuadrado del grado de cada factor.
El valor numérico de un monomio para $x = 0$ es 0.	F	Si el monomio no tiene parte literal (es decir, si el grado del monomio es 0), entonces su valor numérico no es 0.

18. Respuestas:

S. {14}	S. {–7}	S. {312}
S. $\left\{\frac{17}{3}\right\}$	S. {15}	S. {1}
S. $\left\{\frac{94}{7}\right\}$	S. {–72}	S. {24}

19. Respuestas:

S. {12}	S. {–3}
S. {11}	S. {1}
S. {–2}	S. {–18}
S. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$	S. {–2}

20. Respuestas:

D (diagonal mayor)	d (diagonal menor)	Á (área)
8 u	3 u	12 u^2
14 u	5 u	35 u^2
12 u	16 u	96 u^2
42 u	13 u	273 u^2
200 u	70 u	7 000 u^2

21.

1 4	2 1		3 5	
4 8		5 1	6 2	
	7 –1	8 2		9 3
10 3	11 4	12 1		13 9

22. Respuesta:

2	Raquetas de tenis	Gs. 170 000	340 000
6	Pelotas de tenis	4 000	24 000
			364 000

23. Respuesta:

Figura	Perímetro
Rectángulo	$8x$
Cuadrado	$16n$
Pentágono irregular	$12{,}5a$
Pentágono regular	$30b$
Hexágono	$24c$
Triángulo	$14z$

24. Respuesta:

S. {3}	S. {25}	S. {28}
S. {–44}	S. {–4}	S. {22}
S. {17}	S. {6}	S. {–3}

25. Respuesta:

S. {–16}	S. $\left\{\frac{3}{2}\right\}$	S. $\left\{\frac{14}{5}\right\}$
S. {6}	S. {–55}	S. $\left\{-\frac{19}{2}\right\}$
S. {80}	S. $\left\{-\frac{3}{5}\right\}$	S. {–2}

26. Respuesta:

a. $16x$

b. $x = 7$ m

DESAFÍOS

1. Respuesta:

a. $2x + 7 = 15 \quad x = 4$

b. $\frac{x}{3} = 4 \quad x = 12$

c. $4x = -8 \quad x = -2$

d. $\frac{x}{2} = 12 \quad x = 24$

2. Respuesta:

a.

Figura	Número de triángulos	Número de fósforos
1	2	5
2	4	9
3	6	13
4	8	17

b. 11

c. 164

d. $2x + 1$

e. La figura número 53 tiene 106 triángulos. Por lo tanto:
$2 . (106) + 1 = 212 + 1 = 213$ fósforos.

f. $125 - 1 = 124$
$124 : 2 = 62$
Se construyen 62 triángulos.

3. El grupo que tiene razón es el que afirma que el número buscado no existe, pues si bien el valor de x = 5, 5, este no pertenece al conjunto de los números enteros. Así que la ecuación, no tiene solución.

4. Los lados miden: h = 15,3 cm, y b = 76,2 cm.

5. 43, 44, 45

6. 224

7. Respuesta:

S. {9}	S. { }
S. { }	S. {–1}

8. Respuesta:

S. $\left\{-\frac{9}{2}\right\}$	S. {–5}
S. $\{-\frac{24}{5}\}$	S. {–8}

9. 9

10. 4

11. Respuestas:

a. $2 \cdot 3x = 18$

b. $\frac{5x \cdot 3}{2} = 30$

c. $(2 + 3x) \cdot 2 = 44$

d. Parte **a** $x = 3$ Parte **b** $x = 4$ Parte **c** $x = \frac{20}{3}$

Capítulo 06

FUNCIONES Y PROPORCIONES

DISPARADOR

1. Respuestas:

a. 2

b. No.

c. 21

d. 10

e. Abre a las 8 y cierra a las 22, por lo que se aprecia en el gráfico.

f. A las 16 y a las 21.

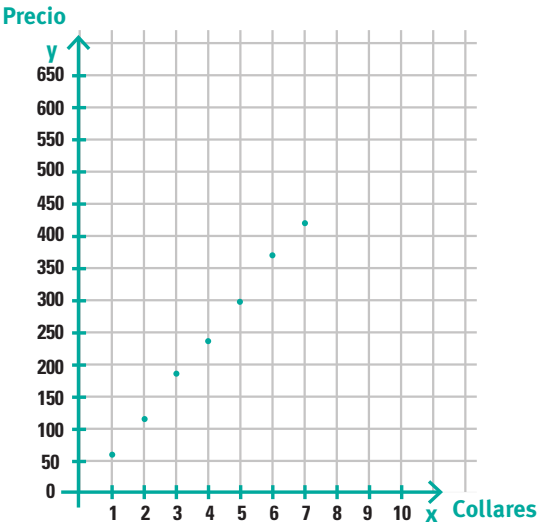
En este ejercicio cabe destacar la aclaración de que, si bien está marcado con un punto, el ejemplo se hizo con el fin de que los alumnos comprendan un gráfico. Está claro que el punto indica todas las personas que entraron entre las 8 y las 9, y no solo las que entraron exactamente a las 8 de la mañana.

Lo correcto sería hacer pequeños segmentos, pero eso confundiría en extremo al alumno, por lo cual se optó por este gráfico, con ese fin: que aprendan a leerlo.

2. a.

Collares	1	2	3	4	5	6	7
Precio ($)	60	120	180	240	300	360	420

b.



c. Los valores del eje horizontal indican la cantidad de collares.

d. El precio en pesos de los collares.

e. $ 600. Puedo comprar solamente 10.

f. No tiene sentido unir los puntos, porque es imposible comprar un collar y medio, o dos collares con setenta y cinco. Por lo cual solo tiene sentido graficar mediante puntos.

Página 153

a. Esto se cumple en los tres casos.

b. En el caso **1** tiene desde una imagen, hasta cuatro. En el caso **2** cada elemento tiene solamente una imagen. En el caso **3** lo mismo que el **2**.

Hay que destacar, que basándonos en la conclusión que está debajo de la imagen, el caso **2** y el caso **3** corresponden a una función. El caso **1** en cambio, no, pues cada elemento del dominio tiene imagen, pero esa imagen no es única.

1. Corresponde a una función, y su dominio son todos los números reales.

2. No es una función, porque un mismo elemento del dominio (como el –2) tiene dos imágenes.

3. Es una función, siempre y cuando su dominio sean los reales entre el –3 y el 3.

4. No es una función, pues un mismo elemento del dominio (el 3) tiene infinitas imágenes.

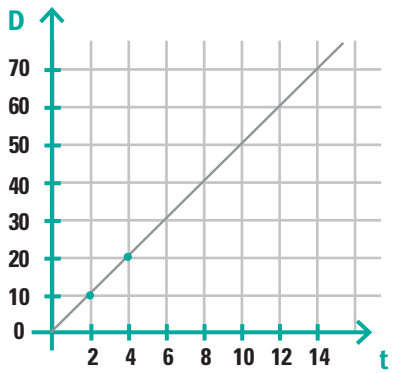
a. 3

b. $D(f_3) = [-3;3]$

Página 156

1. Rec. $(f_1) = \mathbb{R}$

3. Rec. $(f_3) = [-4;5]$



a. 40 km y 5 km
b. 90 km
c. 20 minutos
d. Dominio = [0; 12]
Codominio = [0; 60]
e. Sí.
f. Sí, tiene sentido, porque en cada minuto, y en cada división de minutos, el automóvil va avanzando.
g. Sí, porque cada elemento del conjunto de partida tiene un correspondiente, y este es único.

Página 159

En este ícono actividad, se intenta que el alumno tenga presentes el dominio y el codominio, y piense en ellos y en los conjuntos numéricos a la hora de hacer cálculos. En los casos **1** y **2**, los dominios y codominios son el conjunto de los enteros. No se representa con una recta, pues el conjunto no es denso. Se representan gráficamente por puntos aislados.

La conclusión a extraer es que el signo de coeficiente de una función lineal me indica si la misma es creciente o decreciente.

Página 160

1. La **c** y **e** son proporcionales a la **a**.

2. 8 es a 3, como 10 es a *x*. *x* = 3,75. Y como 10 es a 4, hay más alumnos varones en relación a la cantidad de alumnas mujeres, en el primer caso.
o… 8/3 = 2.667 y 10/4 = 2.5 por lo tanto en la orientación Deportes hay mayor cantidad de alumnos varones.

Página 161

1. Son todas razones, excepto el 5. Y las fracciones son aquellas que no tienen números decimales. El 5 es un número racional, pero no una fracción ni una razón, al menos así como está expresado.

3. *x* = 10,75 y = 4,8 z = 4 000 w = 7,38181..

Página 162

a. 200 g
b. 600 g
c. 50 g
d. 12 500 g

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar o dividir cualquier valor de una de ellas por una cantidad, el valor correspondiente de la otra queda dividido o multiplicado (respectivamente) por dicha cantidad.

Página 163

Botellas de aceite	1	2	6	9
Precio total ($)	19,40	38,80	116,40	174,60

$\frac{1}{19,40} = \frac{2}{38,80}$ $\frac{1}{19,40} = \frac{6}{116,40}$ $\frac{2}{38,80} = \frac{6}{116,40}$ $\frac{6}{116,40} = \frac{9}{174,60}$

La razón de proporcionalidad, en la página 156 es $\frac{2}{10} = 0,2$

Página 165

1. En primer lugar: proporcionalidad directa.
En segundo lugar: 8 h ——————— 140 cajas

x h ——————— 245 cajas

En tercer lugar: $\frac{8}{x} = \frac{140}{245}$ $x = 14$ h

2. En primer lugar: proporcionalidad inversa.
En segundo lugar: 36 ovejas ———— 32 días

48 ovejas ———— x días

En tercer lugar: $\frac{36}{48} = \frac{x}{32}$ $x = 24$ días

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

1. U$S 100.

2. Pregunta abierta. El objetivo de la misma es que el alumno considere que si decidió atenerse a un presupuesto para no extralimitarse con los gastos, debe hacerlo. Buscará alternativas, como ir a comer a la casa de alguien y así no gastar tanto dinero o alguna otra que seguramente ellos propondrán, pero no hacer un gasto innecesario que no estaba planificado.

3. Pregunta abierta. Dios pide el diezmo. Un 10% de nuestros ingresos.

5. Según la Biblia no es bueno pedir dinero prestado nunca, porque esto esclaviza. El objetivo de la pregunta es que ellos en su vida intenten vivir con una planificación financiera, de tal manera que no necesiten pedir dinero prestado. Pero si lo hacen, debe ser por una causa muy justificada y con un plan de pago inmediato.

ACTIVIDADES

FUNCIONES

1. Respuestas:

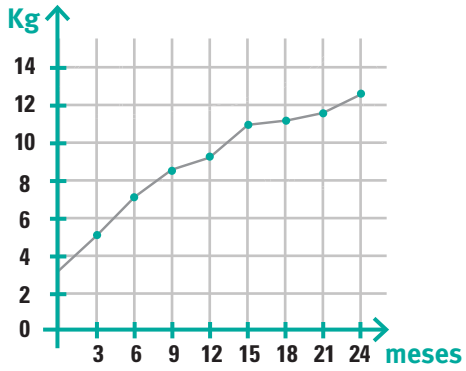
a. La **2** no es función porque un mismo elemento del dominio (el I) tiene dos imágenes (el 1 y el 2). Y la **4** tampoco es función porque un elemento del dominio no tiene imagen (el a). La **1** y la **3** sí son funciones.

b. Dominio de la **1**: a, b y c. Recorrido de la **1**: 1 y 2.

Dominio de la **3**: 1, 2 y 3. Recorrido de la **3**: a y b.

2. Respuestas:

a.

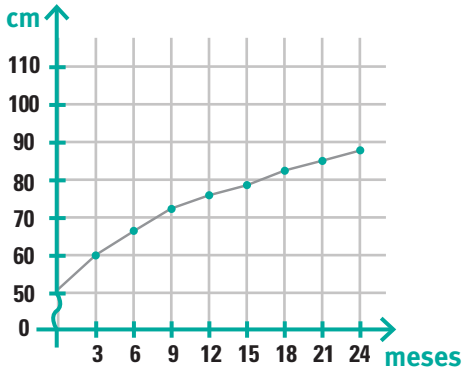


b. Dominio: [0; 24]

Recorrido: (3,4 ; 12,4)

3. Respuestas:

a.



b. Variable independiente: edad
Variable dependiente: talla.

c. La imagen de 12 es 76.

4. Cada alumno tendrá números diferentes, por lo cual se deja abierto.
Observación: al comprobar si el modelo es válido o no, se observará que muy probablemente no dé exacto, pero sí muy aproximado.

5. El primer caso no corresponde a una función, pues un mismo elemento del dominio (el 1) tiene dos imágenes (el 1 y el 2).
El segundo sí corresponde a una función.

El tercero no, pues varios elementos del dominio tienen dos imágenes.

El cuarto sí.

6. a. H es la de mayor capacidad y A la de menor.

b. El C y H son los más caros, y el B y F los más baratos.

c. Ninguno tiene la misma capacidad. El mismo precio lo tienen el A y G, el B y F y el C y H.

7. Respuesta:

a. El tiempo en minutos.

b. El desplazamiento en metros.

c. 30 metros.

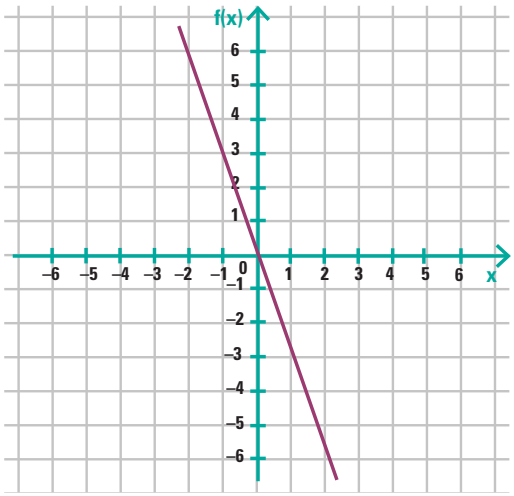
d. "Salimos de casa, caminando, hasta llegar a un almacén donde compramos algunas cosas para comer. Luego seguimos caminando hasta llegar a un parque situado a ... metros de casa y nos sentamos a almorzar".

8. El A es más chico, consume más gasoil, es más barato pero más lento, entra menos gente y es más nuevo que el B.
El B en cambio es más grande, consume menos gasoil, es un poco más caro pero va a mayor velocidad, entra más cantidad de gente y es más moderno.
Conclusión: la gente pagará un poco más, pero rinde definitivamente mejor el B.

9. Respuestas:

a.

x	$f(x)$
–3	9
–2	6
–1	3
0	0
1	–3
$\frac{3}{2}$	$-\frac{9}{2}$
2	–6



b. El dominio de la función son todos los números reales.

10. Respuesta:

a.

x	$f(x)$
−1	−0.5
0	0
2	4
3	6

b. $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{-0,5}{-1} = 2$

11. Respuestas:

a. 0° C

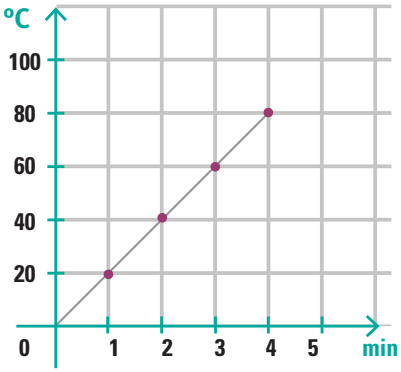
b. 40° C

c. 3,0 minutos

d. Tiempo y temperatura.

La variable independiente es tiempo, pues la temperatura depende del tiempo que pase el agua calentándose.

e.



f. Tiene sentido unirlos con una semirrecta. Pues el tiempo es denso. No salta de 1 minuto a 2 minutos, sino que siempre hay un tiempo al que le corresponde una determinada temperatura.

g. El dominio es el conjunto de los reales que va desde 0 hasta el tiempo que se utilice en el experimento; es decir de 0 min a 4,0 min, en este caso.

Y el recorrido es el conjunto de los reales comprendido entre 0 ° C y 80 ° C.

12. Respuestas:

a. $f(2) = 8$

$f(5) = 20$

$f(\frac{1}{2}) = 2$

$f(-3) = -12$

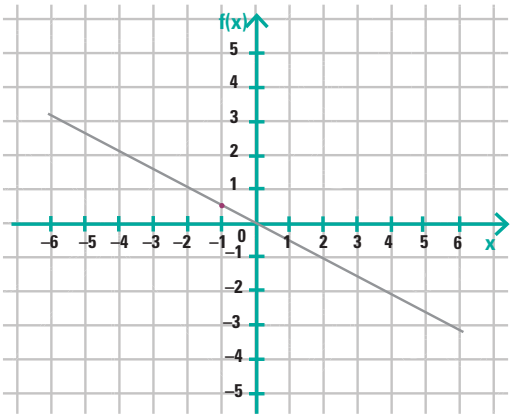
b. $4x = 0$ entonces $x = 0$

$4x = 1$ entontes $x = \frac{1}{4}$

$4x = -8$ entonces $x = -2$

13.

a.



b. Sí, es una función lineal, pues es de la forma $f(x) = ax$, con $a = -3$ (a es distinto de cero) y tanto el dominio como el codominio es R.

14.

a. Sí, corresponde. Discutir con el docente (es una recta no vertical, que contiene al origen de coordenadas, y su dominio es R y su codominio también).

b.

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	6	4	2	0	-2	-4

c. $f:f(x) = -2x$

15.

a. $f(-2) = -10$
$f(6) = 30$
$f(0) = 0$

b. $x = 2 \quad x = 3 \quad x = -1$

c. $5x = 2 \quad \rightarrow x = \frac{2}{5} \quad \frac{2}{5} \notin Z$, que es el dominio, por lo tanto 2 no tiene preimagen en esta función.

16. Respuestas:

a. 5 km

b. 1 hora

c. 7 horas y media

d. 3 km

e. 2 horas

PROPORCIONES

1. $\frac{21,5}{43} = \frac{25}{50} \qquad \frac{21,5}{25} = \frac{43}{50} \qquad \frac{43}{21,5} = \frac{50}{25} \qquad \frac{50}{43} = \frac{25}{21,5}$

2. $\frac{8}{10} = \frac{12}{15}$

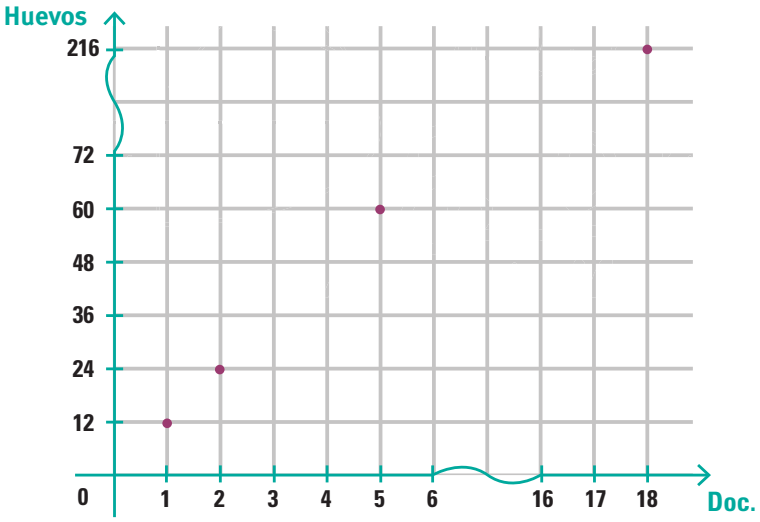
3. $\frac{75}{100}$ 75 es el antecedente y 100 el consecuente.

4. 27

5. Respuestas:

Docenas	1	2	5	18
Huevos	12	24	60	216

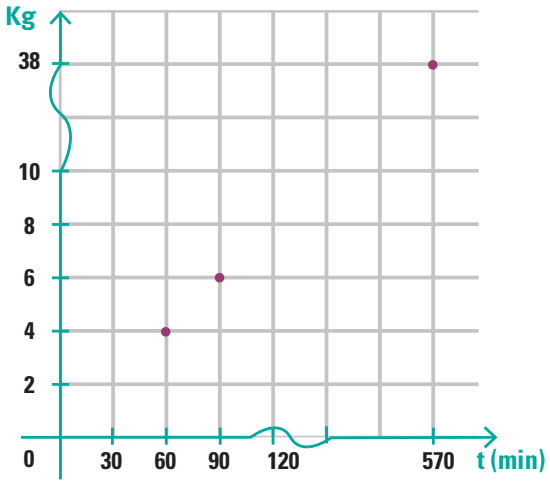
$\frac{1}{12} = \frac{2}{24}$ $\frac{1}{12} = \frac{5}{60}$ $\frac{5}{60} = \frac{2}{24}$



6. Respuestas:

Tiempo (minutos)	60	90	570	810
Volumen (kg)	4	6	38	54

$k = \frac{4}{60}$

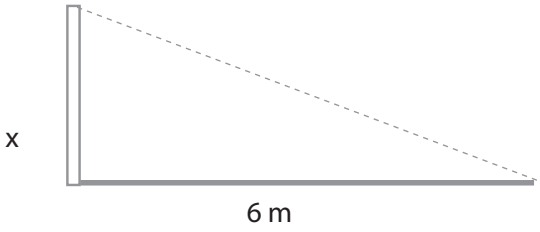


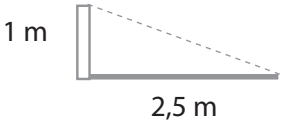
7. En primer lugar: más kilos, mayor precio; por lo tanto, son directamente proporcionales.

En segundo lugar $\frac{15,80}{5} = 3,16$ $\quad 3,16 \times 6 = 18,96$

Respuesta: 6 kg de mandarinas costarán $ 18,96.

8. $\frac{6}{2,5} = \frac{x}{1}$ $\quad x = 2,4$ m





9. Es directamente proporcional, pues más kilómetros recorridos, mayor consumo de combustible. Por lo tanto: $\frac{1}{15} = \frac{x}{100}$ $\quad x = \frac{20}{3}$ litros

10. Directamente proporcional: $\frac{230}{4} = \frac{x}{7}$ $\quad x = 402,5$ fabricará 402 muebles enteros.

11. $\frac{220}{45} = \frac{250}{x}$ $\quad x = 51$

Si haciendo esta relación, obtenemos un número menor a 56, entonces podemos concluir que la primera lata es más barata que la segunda.

12. Respuestas:

a. El precio disminuyó.

b. $\frac{900}{10,20} = \frac{2\,000}{x}$ $\quad x = 22,\hat{6}$ $\quad$ El precio disminuyó $22,\hat{6} - 19,90 = 2,7\hat{6}$ pesos.

13. Es directamente proporcional. Se necesitarán $\frac{91}{6}$ kg de lana.

14. Este caso es inversamente proporcional, pues a mayor cantidad de obreros, menor cantidad de horas de trabajo.

12 obreros ——————— 18 horas

8 obreros ——————— x horas

$\frac{12}{8} = \frac{x}{18}$ $\quad x = 27$

Deberán emplear 27 horas de trabajo.

15. 11,9 kg.

16. Pagará U$S 144.

17. Los días de sol faltan 25 estudiantes, aproximadamente, y los días de lluvia faltan 83 estudiantes, aproximadamente.

18. Al público le costará Gs. 208 000.

19. El sueldo bruto es de Bs. 14 705,88235

20. Tomar en cuenta en este ejercicio, el IVA de cada país. Se puede utilizar, de forma genérica, un 20%. Con un IVA de un 20% el cliente pagará Gs. 560 000.

21. $12 ———————————— 25%

$ x ———————————— 100%

El costo de dicho artículo era de $ 48.

22.

Fracciones	Porcentajes	Decimales	Razones (que no sean fracciones)
$\frac{1}{5}$	20%	0,2	$\frac{15}{75}$
$\frac{3}{2}$	150%	1,5	$\frac{27}{18}$
$\frac{1}{4}$	25%	0,25	$\frac{3}{12}$
$\frac{1}{2}$	50%	0,5	$\frac{4}{8}$
$\frac{3}{4}$	75%	0,75	$\frac{9}{12}$
$\frac{5}{4}$	125%	1,25	$\frac{7,5}{6}$

23. I = $ 4 510,8 M = 17 040,8

24. C = 1 028 571,429

25. En 1,45 años, aproximadamente.

26. M = 5 400

27. Respuesta:

a. I = 960

b. I = 960

c. I = 960

28. 1:500

29. La maqueta deberá medir 3,25 cm de alto, y 5,75 cm de lado en la base.

30. 2,5 m.

DESAFÍOS

1. Respuestas:

- **a.** Sí.
- **b.** A.
- **c.** A, porque llegó antes.

2. Respuestas:

- **a.** No es función, porque puede ser que haya un compañero de clase que no tenga ningún amigo dentro de la misma.
- **b.** No es función, porque puede haber algún compañero que no tenga Facebook, y porque si tiene seguramente tiene varios contactos dentro de la clase, y no puede tener varias "imágenes".
- **c.** No es función, porque va a haber un alumno, que no tendrá "imagen". Es decir que un alumno va a ser el menor de todos, y por lo tanto no será "mayor que" nadie.

3. Respuesta:

- **a.** No es función, porque hay números naturales que tienen muchos divisores.
- **b.** Tampoco, por la misma razón.
- **c.** Sí, es función. Todos los números reales tienen valor absoluto, y cada uno tiene uno solo.
- **d.** Sí, es función. Todos los naturales tienen su abscisa, y es única.

4. Tardarán el mismo tiempo.

5. Es lo mismo.

6. No se obtiene el mismo precio.

Ejemplo: $100 + 10\% = 110$

$110 - 10\% = 99$

Capítulo

07

GEOMETRÍA
(PRIMERA PARTE)

DISPARADOR

1. Cuadrado: cuatro lados iguales, cuatro ángulos rectos, etc.

Rombo: cuatro lados iguales, etc.

Triángulo isósceles rectángulo: dos lados y ángulos iguales, un ángulo recto.

Rectángulo: cuatro ángulos iguales, lados paralelos dos a dos, etc.

2. Trapecio rectángulo: cuadrilátero con un par de lados paralelos y un ángulo recto.

3. 27

4. Perímetro: 146

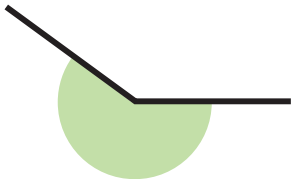
Área: 670

5. Cuadrado y rombo.

Página 187

Cabe destacar que, en algunos lugares, a los ángulos “no convexos” se los denomina cóncavos.

Elegimos esta denominación, porque para utilizar una palabra nueva, la misma debe ser definida en matemática, y al no definirla, la única opción posible es la de negar una palabra ya definida. O es convexo, o no lo es. Si existe otra definición, quizás sea diferente. Aquí no hay lugar a dudas.



Ángulo no convexo

Página 189

1. Sí. Los ángulos adyacentes son siempre suplementarios porque suman 180°.

2. Sí. Los ángulos opuestos por el vértice siempre miden lo mismo.

Página 192

La intención es que los alumnos realicen transporte de segmentos, y no tanto transporte de ángulos.

Página 194

Parte 1: lo que se pide es que los clasifiquen de acuerdo a los tres tipos de clasificaciones vistas antes.

Página 195

Parte 3. a: la manera de sacar el centro aquí es con mediatriz. Trazar dos mediatrices de dos lados cualquiera, y así ubican el centro. Lo necesitarán para las otras partes.

Página 196

1. Según esta clasificación sí, pues un isósceles es un triángulo que tiene al menos dos lados con igual medida, y el equilátero definitivamente tiene al menos dos lados de igual medida. Coincide que el tercero también es igual, pero al menos dos tiene. Por lo tanto un equilátero también es isósceles.

   Existen otras clasificaciones, pero no es menester describirlas.

2. Un triángulo rectángulo equilátero no, pues un equilátero tiene tres lados iguales, y tres ángulos iguales. Y si sus ángulos son iguales quiere decir que los tres miden 60°, y en el rectángulo hay uno de 90° por lo cual, no es posible.

Página 202

Característica	Nombre del cuadrilátero
a. Un solo par de lados paralelos.	Trapecio.
b. Cuatro ángulos iguales.	Cuadrado y rectángulo.
c. Diagonales que se cortan en su punto medio.	Paralelogramo.
d. Lados opuestos iguales.	Paralelogramo y trapecio isósceles (aunque tiene solo un par).
e. Ángulos opuestos iguales.	Paralelogramo.
f. Solo un ángulo recto.	Trapecio rectángulo.
g. Cuatro lados iguales.	Cuadrado y rombo.

Aclaración: en la construcción del caso **a**, el rectángulo no termina de quedar trazado. Una sugerencia es que lo tracen los alumnos en sus cuadernos nuevamente, o lo pueden terminar de trazar allí mismo en el libro, o que lo “imaginen”. Tienen ya los cuatro vértices por lo cual es muy sencillo.

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

En esta sección no está la demostración del porqué del pentágono, sino una simple mostración.

Durante muchos años esto fue una conjetura solamente. Se supone que en el año 36 a.C. Marco Terrencio Varón lo conjeturó, o Pappus de Alejandría en el año 300 d. C. Pero ninguno de ellos llegó a demostrarlo.

Pero, en el año 1999 el matemático Thomas Hales lo demuestra, y pasa a ser un teorema.

1. La estrella se asemeja a un decágono, también conocido como "polígono estrellado" o como "pentagrama" (símbolo durante muchos años de los pitagóricos) y la flor se asemeja a un pentágono regular.

2. Cartel de "pare", cartel de "ceda el paso", etc.

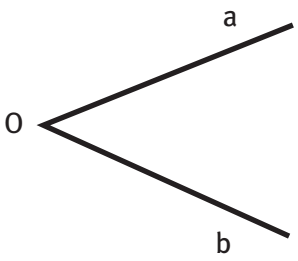
ACTIVIDADES

1. Puntos: un tornillo en una silla, la luz de encendido en una computadora...
Rectas: una calle, una vía del tren, ...
Planos: una cancha de fútbol, la superficie de un río tranquilo, etc.

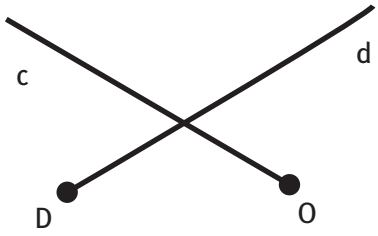
3. Rectas secantes: dos calles que se cortan.
Rectas paralelas: los rieles en una vía del tren.
Rectas perpendiculares: los bordes de madera de un pizarrón.

5.

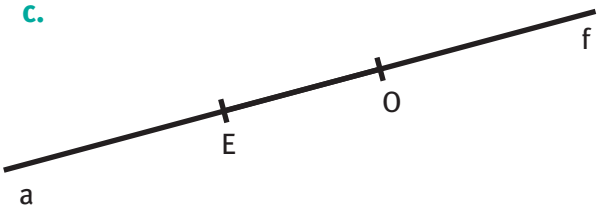
a.



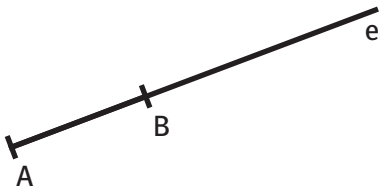
b.



c.



d.



6. a. Los marcos de un cuadro.

b. Las líneas marcadas en una cancha de tenis. Los andariveles en una piscina de natación.

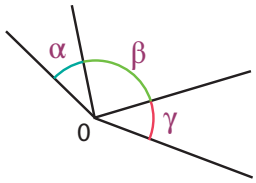
7. Se puede trazar solamente una.

8. **a.** $\overline{QR}$, $\overline{OQ}$, $\overline{OP}$

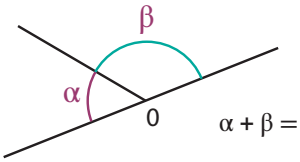
b. $s \cap r = \{O\}$

c. $\overline{OR}$ y $\overline{OP}$

9.

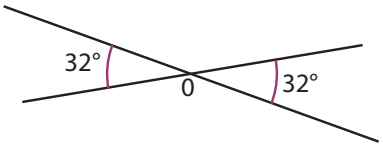


3 ángulos consecutivos



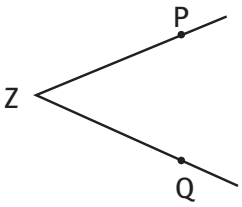
$\alpha + \beta = 180^\circ$

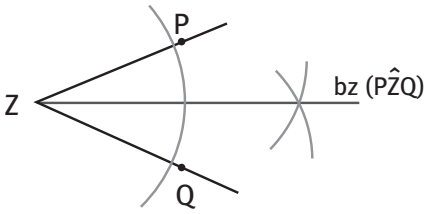
2 ángulos adyacentes



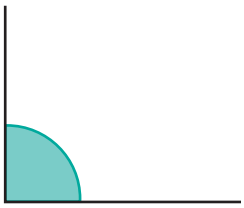
Ángulos opuestos por el vértice

10.

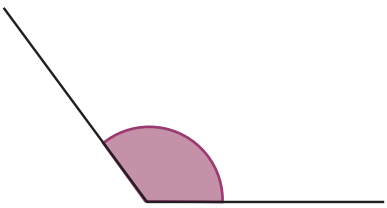




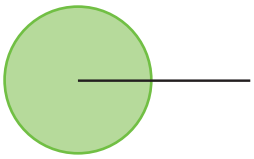
11.



Recto



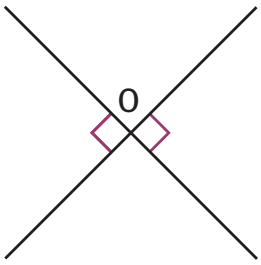
Obtuso



Completo

12. El ángulo recto y obtuso son convexos. El ángulo completo es no convexo.

13.



14. Ambos suman 90°, pero los complementarios no necesariamente tienen un lado común como los consecutivos.

15. 6

16. **a.** $\alpha = 72°$ O es recto y α es agudo.

b. $\alpha = 148°$ O es llano y α es obtuso.

c. $\alpha = 23°$ O... y α es agudo. Sale por ángulos opuestos por el vértice.

d. $\alpha = 167°$ α es obtuso.

e. $\alpha = 60°$ α es agudo.

f. $\alpha = 90°$ α es recto.

17. No, no son complementarios. Porque $\beta = 30°$, y entonces la suma de los dos ángulos es igual a 45°, y los complementarios suman 90°.
Para que los ángulos sean suplementarios, α debería ser igual a 60°.

18. Complementario de α: $57° 11' 10''$
Suplementario de β: $156° 45'$

19. $\alpha = 18°$, por ángulos opuestos por el vértice.
$\beta = 162°$, por ángulo suplementario, con α.

$\gamma = 162°$, por ángulos opuestos por el vértice, con β.

20. **a.** $\alpha = 40°$, $\beta = 130°$, $\gamma = 50°$

b. $\alpha = 132°$, $\beta = 48°$, $\gamma = 99°$

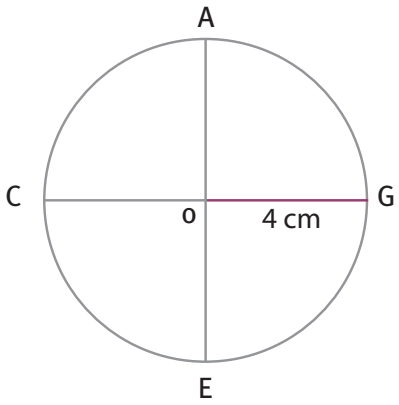
21. $\alpha = 107° 19' 46''$
$\alpha = 137° 52'$

22. El primero mide $2° 37' 47''$, que comparado con el segundo es menor. Por lo cual es mayor el segundo.

23. 10 cm

24. El primer punto será exterior a la circunferencia y el segundo punto exterior.

25.



26. Pregunta abierta.

27. **a.**

b.

c. El de la parte **a** es un triángulo isósceles. El de la parte **b** es un hexágono regular.

d. Se puede construir uniendo, por ejemplo: 10, 2, 4 y 8.

e. Se puede construir uniendo, por ejemplo: 12, 3, 5, 8, 10 y nuevamente 12.

31. Dos ángulos de 45° y uno de 90°.
60° cada uno.

32. **a.** Trapezoide asimétrico.

b. Trapecio rectángulo.

c. Rombo.

d. Cuadrado.

34. **a.** 33,5 c m^2 **b.** 42 c m^2

35. Mide 16 cm.

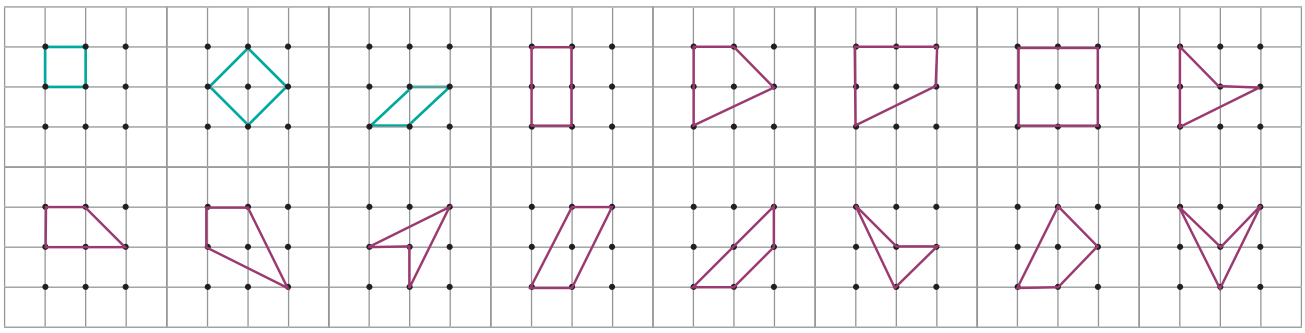
36. Una base mide 9 cm y la otra 18 cm.

38. **a.** 4π

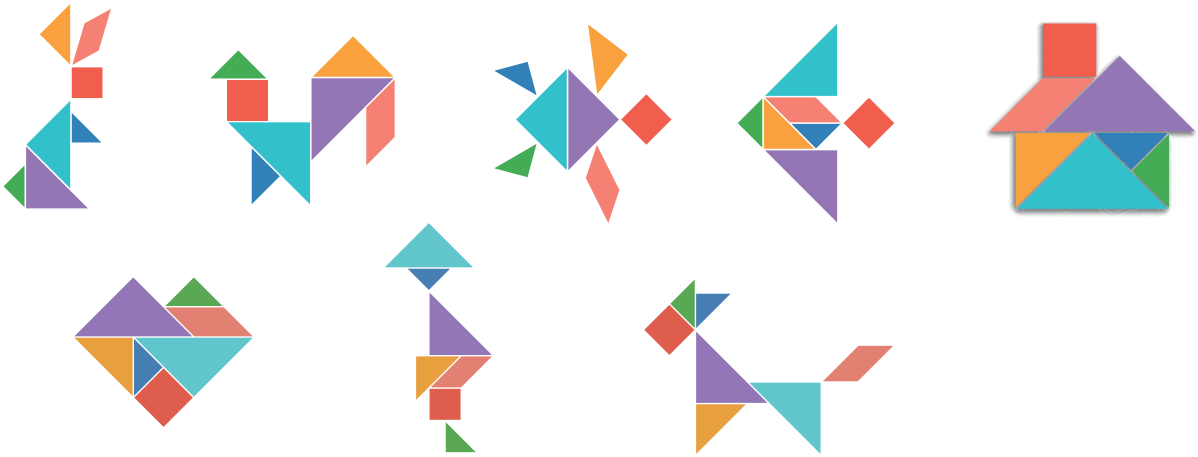
b. $20 + \frac{9}{4}\pi + \frac{3}{4}\pi = 20 + 3\pi$

c. $28 + 10{,}125\pi$

39. Sugerencia:

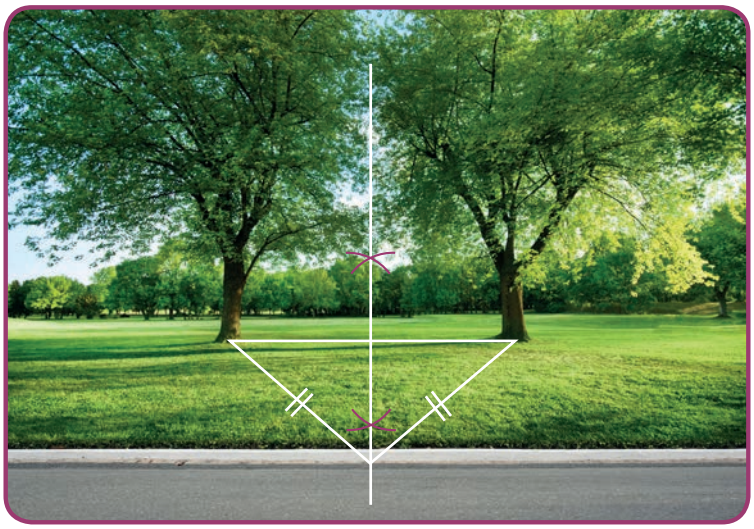


40. **b.** 5 triángulos isósceles, 1 cuadrado y 1 paralelogramo.



DESAFÍOS

1. El cartel tiene que estar ubicado sobre la calle, a la misma distancia de los dos árboles. Si consideramos a la base de cada árbol como un punto, el cartel tiene que estar en la intersección de la calle, considerada como una recta y sobre la mediatriz del segmento determinado por los árboles.



2.

3. 45º y 135º.

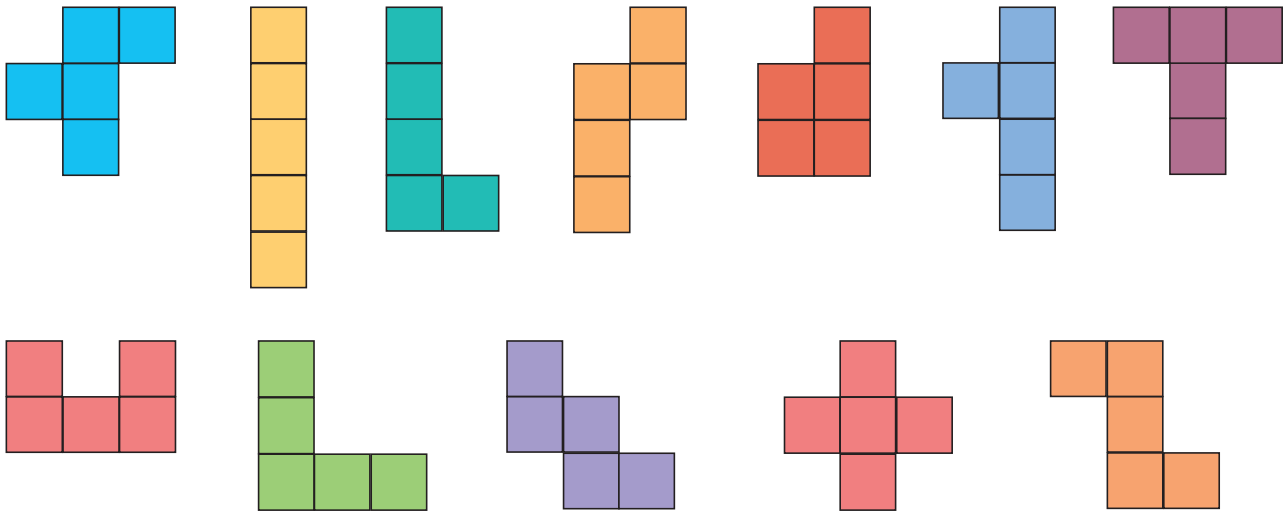
4.

5. **a.** Se necesitan 4 piezas.

b. La primera frase es verdadera. La segunda, no. La figura **4** tiene 8 unidades de perímetro, y la figura **5** tiene 10 unidades.

c. Con el **5**.

d. 12.



6. En esta actividad, se pretende repasar la clasificación de triángulos y desarrollar la habilidad de construcción geométrica.

Capítulo 08

GEOMETRÍA
(SEGUNDA PARTE)

DISPARADOR

1. El objetivo de este ejercicio es que ellos determinen, por ejemplo, que su pupitre mide “tres lápices y medio de ancho, y dos lápices de largo”. Es decir, que tengan un acercamiento a lo que son las unidades de medida, y vean la necesidad de tener un patrón, para que estas sean iguales y podamos comparar.
2. Metro, termómetro, balanza, jarra de medir, reloj, multímetro, estetoscopio.
   Objetivo: realizar una investigación acerca de conocimientos generales, y que concluyan que todos estos elementos se utilizan para medir.
3. Pueden utilizar una unidad de medida, y compararla con ella.
4. Introducción a simetría axial, por intuición. Con que marquen con un lápiz, alcanzará.
5. Acercamiento a geometría del espacio. Intuición.

Página 219

En todas las unidades de medida aparece una pregunta, la sugerencia es que se realice primero, antes de decir el nombre.

Lo ideal es que se pregunte antes de empezar: “¿con qué unidad expresarías la longitud de una habitación? ¿Y la de una lapicera? ¿Y la de una ruta?”

Entonces ellos en primera instancia dirán que medirían una habitación con metros, pero al preguntar por la lapicera, tendrán que pensar en centímetros, y con la ruta, kilómetros. Por lo cual pensarán en la unidad de medida, y en los múltiplos y submúltiplos que esta tiene. Luego el desarrollo será muy sencillo.

Página 220

Se multiplica por 100, y no por 10 pues es una medida elevada al cuadrado. Y 10 elevado al cuadrado, es igual a 100.

Página 222

Aclaración: tener en cuenta que la masa de un cuerpo y su peso son dos cosas diferentes.

Mientras que la masa es la cantidad de materia de un cuerpo, el peso es una fuerza que está relacionada con la masa y con el planeta en el cual este (el cuerpo) se encuentre.

El peso es una magnitud vectorial, es la fuerza con la cual la Tierra atrae a los cuerpos. En la cercanía de la Tierra se obtiene multiplicando la masa del cuerpo por la constante de aceleración gravitatoria de la Tierra.

Mientras que la masa se mide en kg, el módulo de la fuerza se mide en N (Newton).

Ampliar el tema con el docente de Ciencias.

En esta actividad se mezclan las unidades de capacidad, masa y volumen. Prestar especial cuidado.

Página 223

Es importante destacar en clase el tema de la semana como creación de Dios. Es la única medida de tiempo que no tiene explicación alguna. El día es fácil de explicar, el año también, pero no la semana. Su origen está exclusivamente en la Biblia.

Página 225

a. El tetraedro.

b. Sí, es posible, siempre y cuando los polígonos regulares sean diferentes entre sí. Por ejemplo, una pirámide de base cuadrada.

c. Cubo.

Página 226

La actividad de *Recortables* es muy interesante para realizar, y debe concluir en la aplicación de la fórmula, para que ellos comprueben si es así o no, y de paso utilicen fórmulas.

	Tetraedro	Hexaedro	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Polígono de las caras	Triángulo equilátero	Cuadrado	Triángulo equilátero	Pentágono regular	Triángulo equilátero
Números de caras (C)	4	6	8	12	20
Número de vértices (V)	4	8	6	20	12
Número de aristas (A)	6	12	12	30	30
Relación de Euler C+V–A=	4 + 4 – 6 = 2	6 + 8 – 12 = 2	8 + 6 – 12 = 2	12 + 20 – 30 = 2	20 + 12 – 30 = 2

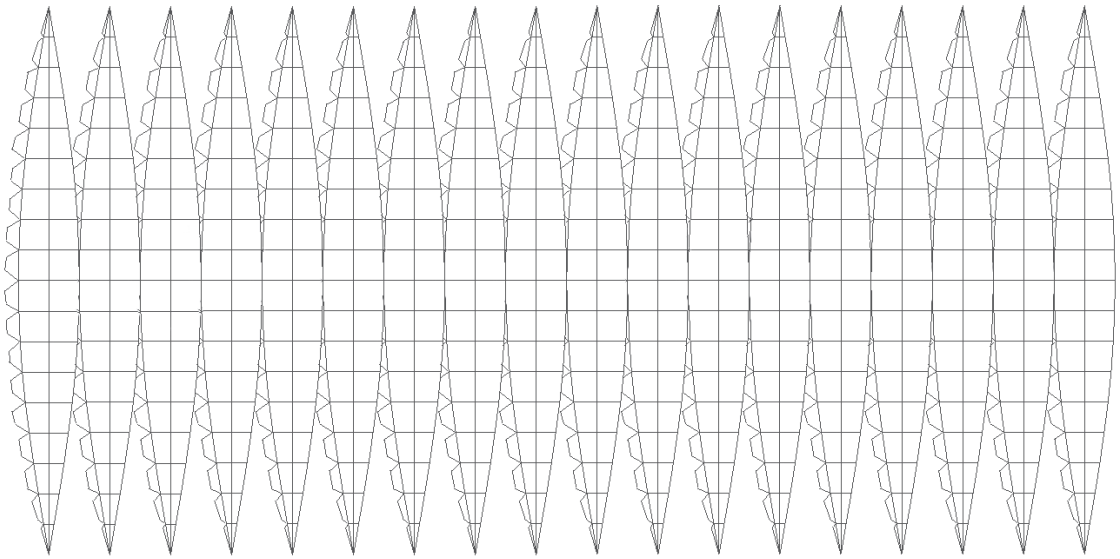
Datos	Cuerpo geométrico
Todas sus aristas son iguales entre sí.	Poliedro regular.
Tiene una cara curva y una cara plana.	Cono.
Tiene caras planas y su base es cuadrada.	Prisma de base cuadrada.
No tiene vértices.	Esfera.
Sus caras laterales son triángulos, y su base es un cuadrado.	Pirámide de base cuadrada.

Página 227

Para obtener un cono se debería “girar” un triángulo rectángulo, sobre un eje.
Y para obtener una esfera, se debería “girar” una semicircunferencia.

Página 228

Se puede desarrollar la esfera, aunque es bastante complejo.



El cálculo del área de una esfera es $Á = 4\pi r^2$

Página 229

1. Volumen del cilindro: 160 π

Volumen de la esfera: $\frac{500}{3}\pi$

2. Área lateral del cono: ÁL = π*rg* (donde *g* es la generatriz)

ÁL = 156 π

Área lateral cilindro: D.π.h

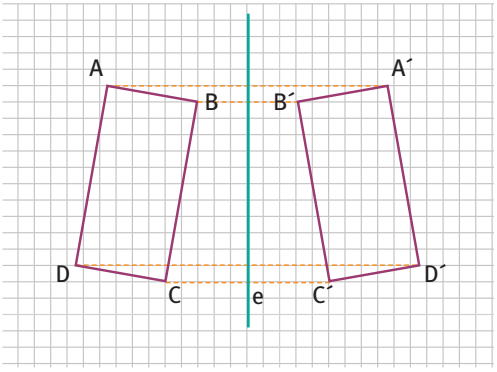
ÁLC = 120 h

Área total de la carpa: 276 π

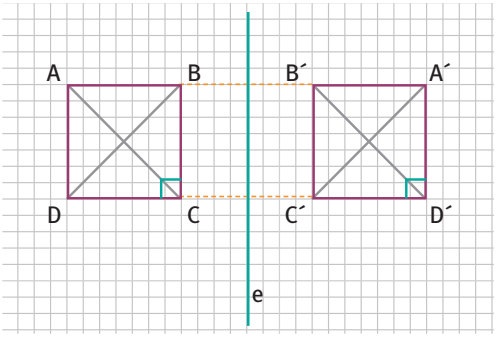
Volumen de la carpa:

V: Ácono + Ácilindro = $\frac{(\pi.12^2).5}{3} + (\pi.12^2).5 = 960\,\pi$

Página 232



Observar que: AD//BC y A´D´//B´C´



Observar que los ángulos del cuadrado, tanto en ABCD como en A´B´C´D´, son de 90° y las diagonales también forman un ángulo de 90° en los dos cuadrados.

La simetría axial no conserva la orientación. Pues si el triángulo era ABC, ahora será A´C´B´. Cambia el sentido de recorrido.

1. **a.** Todo punto del eje se corresponde con él mismo, en una simetría axial.

b. La distancia de un punto al eje, y la de su simétrico al eje siempre es igual.

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

1. Si la versión es RV 1960.

Largo	Ancho	Altura
300 codos	50 codos	30 codos

En algunas versiones están expresadas en metros.

2. Contestará el alumno de acuerdo a la Biblia que posea.
Nota: un codo mide aproximadamente 47 cm o 0,47 m. Tener en cuenta que esta unidad puede variar de acuerdo a la civilización.

3. Con esta medida para el codo (0,47 m):

Largo	Ancho	Altura
141 m	23.5 m	14.1 m

4. 141 m x 23,5 m = 3313,5 m^2.

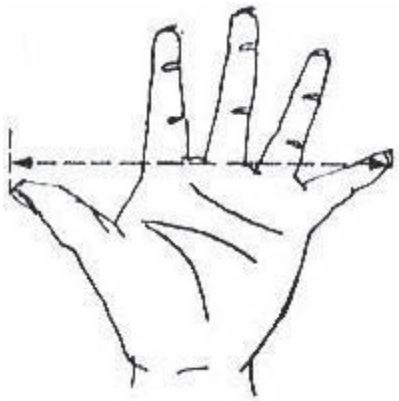
Nota: se puede hacer una comparación con canchas de vóley o con manzanas, o alguna cosa palpable para ellos, como para que tengan una noción real de las medidas.

ACTIVIDADES

UNIDADES DE MEDIDA

1. Se colocarán 1 265 postes.

2. "Medida de longitud que equivale a unos 21 cm (hasta 26 cm dependiendo de la cultura), es aproximadamente la distancia que hay desde el extremo del pulgar de una mano abierta y extendida hasta el extremo del dedo meñique".



3. El ancho es de 40 cm.

4. 6,13 metros, aproximadamente.

5. El kilogramo patrón actualmente se define como la masa de un cilindro compuesto por una aleación de platino e iridio, que se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de París.

6. a. El parque Madidi tiene 189 574 000 a.

b. El parque nacional de Iguazú tiene 6 762 ha.

c. Torres del Paine: 2 422 420 000 ca

Iguazú: 67 620 000 ca

Madidi: 18 957 400 000 ca

Yasuní: 9 820 000 000 ca

d. Iguazú: 676 200 da m^2

Torres del Paine: 24 224 200 da m^2

Yasuní: 98 200 000 da m^2

Madidi: 189 574 000 da m^2

7. a. Necesitarán 100 viajes, exactamente.

b. No es recomendable. Demasiados viajes. El costo sería excesivo.

ESPACIO

1. a. 5 rectángulos y 2 pentágonos.

b. 1 triángulo equilátero y 3 triángulos isósceles.

c. 2 rectángulos, 2 paralelogramos y dos cuadrados.

d. 1 hexágono y 6 triángulos isósceles.

2. Falso. La esfera es un cuerpo geométrico, y no es poliedro.
Verdadero.
Falso. Debe tener un mínimo de 4 caras planas. De otra forma no se forma la pirámide.
Falso. Tienen longitud, altura y anchura. Son tridimensionales, no bidimensionales.
Falso. El cono es un cuerpo redondo, y su base es plana.
Falso. El prisma recto de base hexagonal tiene 8 caras.

3. a. Se necesitarán 2,94 m^2 de cartulina, exactamente.

b. 840 cm.

4. a. 8 300 c m^2.

b. Prisma de base rectangular.

5. $\acute{A}_L = 3\,cm \times 1\,cm \times 4 = 12\,cm^2$

$\acute{A}_B = 3\,cm \times 3\,cm \times 2 = 18\,cm^2$

$\acute{A}_T = 12\,cm^2 + 18\,cm^2 = 30\,cm^2$

6. Cilindro:

$\acute{A}_B = \pi \times 1cm^2 = \pi\,cm^2$

$V = \pi\,cm^2 \times 8\,cm \cong 25,13\,cm^3$

Cono:

$\acute{A}_B = \pi \times 1cm^2 = \pi\,cm^2$

$V = \frac{\pi\,cm^2 \times 4\,cm}{3} \cong 4,19\,cm^3$

a. Volumen de la parte sombreada:

$V = 25,13\,cm^3 - (2 \times 4,19\,cm^3) = 16,75\,cm^3$

Destacar el uso de las unidades.

b. Volumen de la parte no sombreada:

$\acute{A}base\ del\ cono = \pi \times (3cm)^2 = 9\pi\,cm^2$

$2.Vcono = 2 \times \left(\frac{9\pi\,cm^2 \times 5cm}{3}\right) = 30\,\pi cm^3$

7. **a.** $105\,cm^3$

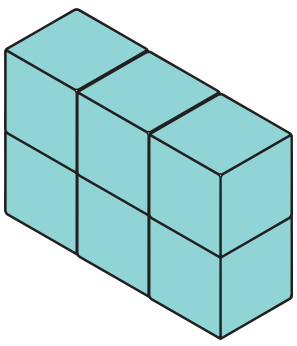
b. $8\,610\,cm^3$

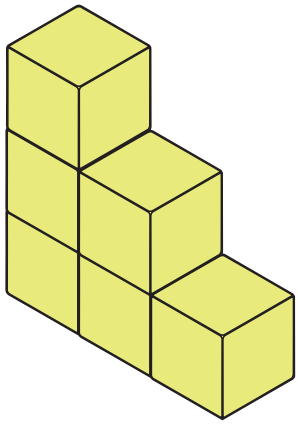
8. **a.** Ocupa aproximadamente 2 574 466,7 m^3 de volumen.

b. 85 560 m^2 de superficie lateral.

c. Se asemeja a una pirámide de base cuadrada.

9.





Las otras preguntas tienen como objetivo la experimentación por parte del alumno.

10. Pirámide de base cuadrada

Cono truncado

Pirámide pentagonal

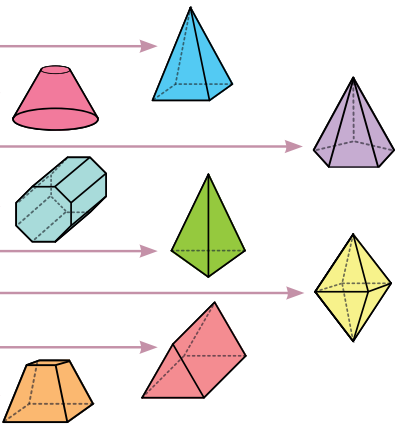
Prisma octogonal

Tetraedro

Octaedro

Prisma triangular

Pirámide truncada



11. Este ejercicio se debe hacer, tomando las medidas de cada uno de ellos, a mano.

SIMETRÍA

1. La primera imagen tiene un solo eje de simetría.
La segunda tiene muchos, un haz de rectas.
La tercera tiene uno solo.
La cuarta tiene cuatro ejes.
La quinta tiene solo uno.
La sexta tiene dos ejes.

2. Trazar la mediatriz del segmento determinado entre un punto y su simétrico.
Se halla fácilmente, trazando un segmento que una dos de los puntos que se corresponden, y a ese segmento, la mediatriz.

5. a. Triángulo isósceles: 1 eje.

Triángulo equilátero: 3 ejes.

Cuadrado: 4 ejes.

Rectángulo: 2 ejes.

Rombo: 2 ejes. Pentágono: 5 ejes.

b. Cuadrado, rombo y rectángulo.

6. La afirmación es falsa. Si bien la recta pasa por el punto medio del segmento PQ, no es perpendicular al mismo, por lo cual no es su mediatriz.

7. Nuevamente el trazado se realiza, ubicando en primer lugar la mediatriz de uno de los segmentos.

9. a. Simetría central.

b. Simetría axial.

c. Simetría axial.

d. No hay simetría.

e. No hay simetría.

f. Simetría central.

DESAFÍOS

1. **a.** 8 cubos.

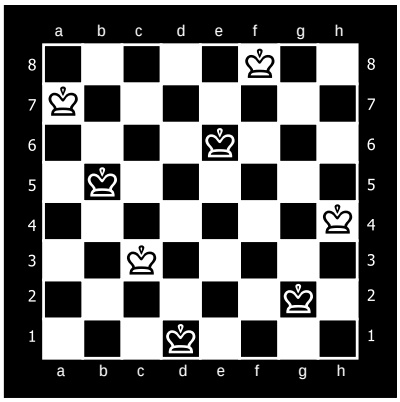
b. 24 cubos.

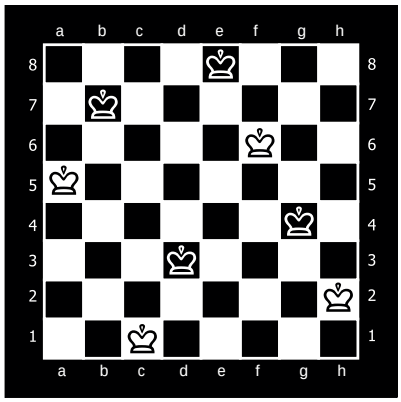
c. 24 cubos tendrán solo 2 caras pintadas; 8 cubos tendrán solo 3 caras pintadas y ningún cubo tendrá 4 caras pintadas.

d. Si el cubo estuviera formado por 27 cubitos, 1 solo no tendría ninguna cara pintada, 6 tendrían solo 1 cara pintada, 12 cubos tendrían solo 2 caras pintadas, 8 cubos tendrían solo 3 caras pintadas, y nuevamente, ningún cubo tendría 4 caras pintadas.

2. 5 400 cm^3

3. Ejemplos:





4. 9 cm

5. **a.** $50\ c\ell + 1{,}50\ \ell = 50\ c\ell + 150\ c\ell = 200\ c\ell$

$\frac{200\ c\ell}{8} = 25\ c\ell$ fue lo que se colocó en cada vaso.

b. 6 minutos, 21 segundos.

c. 0,34 hm = 34 m

1,57 dam = 15,7 m

Se necesitarán 397,6 m de alambre.

d. Tomamos en cuenta que el quintal equivale a 100 kg.
Son entonces, 1 800 kg de soja, que empaquetados en paquetes de 5 000 g, resultan en 360 paquetes.

e. Tomamos en cuenta que la tonelada equivale a 1 000 kg.

Quedan 1 171,25 kg que equivale a la masa de 10 portones.

Por lo tanto, cada portón restante tiene una masa de 117,125 kg.

Capítulo

09

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

DISPARADOR

1. El objetivo de este caso es que los alumnos realicen un acercamiento a la interpretación de gráficos estadísticos. Se está trabajando con un pictograma.

2. En este caso se plantea un sencillo cálculo de la media (o el promedio), cálculo que de hecho es muy intuitivo. El error está en que hay demasiada "dispersión" de los datos. Y este es el puntapié para iniciar una charla sobre "medidas de tendencia central". Si bien la media es un indicador muy bueno, no es el único. Existen otros como la moda y la mediana que se estudiarán. La conclusión debe ser extraída luego de analizar los tres casos y evaluar la dispersión que pueda tener.

3. El tercer caso es una introducción al cálculo probabilístico. Sofía tiene 3 chances de 6, y Agustín 2 chances de 6, por lo cuál ganará Sofía, luego de muchas "tiradas". Es lo que se intentará que los alumnos descubran.

Página 247

El tipo de variable es discutible de acuerdo al país. Si en el país se evalúa de forma conceptual (sobresaliente, muy bueno, bueno, etc.), entonces será cualitativa. Si se evalúa de forma numérica, será cuantitativa.

Página 248

1. Investigación a cargo del alumno.
2. El método a utilizar será el de observación, y quizás encuesta a gente especializada en el tema.
3. Ejemplo:

Encuesta
¿Cuáles son tus *hobbies*?
¿Qué deportes practicas?
¿Cuántos vasos de agua consumes al día?
¿Cuántos libros completos has leído en tu vida?
¿Qué profesión quisieras seguir?
¿Cuántas horas duermes por día?
¿Cuántas comidas al día realizas?
¿Cuál es tu asignatura favorita?
¿Cuántas horas le dedicas al estudio en una semana?

4. El objetivo es que ellos obtengan una especie de tabla organizada, como introducción a las tablas estadísticas, y los gráficos, con el fin de lograr una más rápida y efectiva conclusión de los datos extraídos.

Página 256

El objetivo de las primeras preguntas es que vean la diferencia entre un suceso no aleatorio (es decir, un suceso del cual ya se conoce la respuesta) y un suceso aleatorio (suceso que depende del azar).

Es interesante plantear las preguntas y discutir en clase sobre este hecho, antes de leer las definiciones en el libro.

Página 259

Actividad 2: aclarar que la probabilidad cambiará de acuerdo a si el año es bisiesto o no lo es.

Página 260

Esta pregunta es muy tramposa. La mayoría de los alumnos responden que si siempre ha salido número, la sexta también lo hará. Y es contradictorio con lo que se acaba de hacer.

Mientras más veces haya salido número, más se acerca el momento en que saldrá cara, pues al aumentar el número de tiradas, se acerca más a que la ocurrencia sea de un 50%. (Ley de los grandes números).

LA ESENCIA DE LA MATEMÁTICA

1. Cristo sería traicionado por un amigo (Salmos 41:9).
Fue traicionado por Judas (Lucas 22:21).

2. Aunque era inocente, Cristo guardaría silencio al ser acusado injustamente (Isaías 53:7).
Jesús guardó silencio cuando se le preguntó (Marcos 14:60-61).

3. Palabras que pronunciaría en el Calvario (Salmos 22:1).
Palabras que pronunció (Marcos 15:34).

ACTIVIDADES

1. a. Población.

b. Muestra.

c. Muestra.

d. Población.

2. a. Cuantitativa.

b. Cualitativa.

c. Cuantitativa.

d. Cualitativa.

3. Ejemplo:

a. ¿Cuál es tu asignatura favorita?

b. ¿Qué profesión te gustaría seguir cuando seas adulto?

c. En una escala del 1 al 5, siendo 1 muy malo y 5 excelente, puntúa lo que a tu parecer sea el funcionamiento del colegio.

4. a. Todos los estudiantes de nivel primario de la ciudad de Quito, Rep. del Ecuador.

b. Los estudiantes de nivel primario de los 40 colegios elegidos al azar, de la ciudad de Quito, Rep. del Ecuador.

c. Rendimiento escolar.

d. Variable cuantitativa (misma aclaración de arriba).

5. a. A cargo del alumno.

b. 12, 14, 20, 50, 65.

c. Depende del país. Ejemplos: Claro, Movistar, Personal.

d. Depende del país. Ejemplo: 4.324.651

e. **a** y **c** cualitativas, **b** y **d** cuantitativas.

6.

Fruta favorita	f_a	f_r	%
Banana	19	0,38	38%
Naranja	14	0,28	28%
Frutilla	10	0,2	20%
Ananá	3	0,06	6%
Mango	4	0,08	8%
Totales	**50**	**1**	**100%**

7.

Opinión	f_a	f_r	%
Excelente (E)	14	0,35	35%
Muy bueno (MB)	7	0,175	17,5%
Bueno (B)	7	0,175	17,5%
Regular (R)	8	0,20	20%
Malo (M)	4	0,10	10%
Totales	**40**	**1**	**100%**

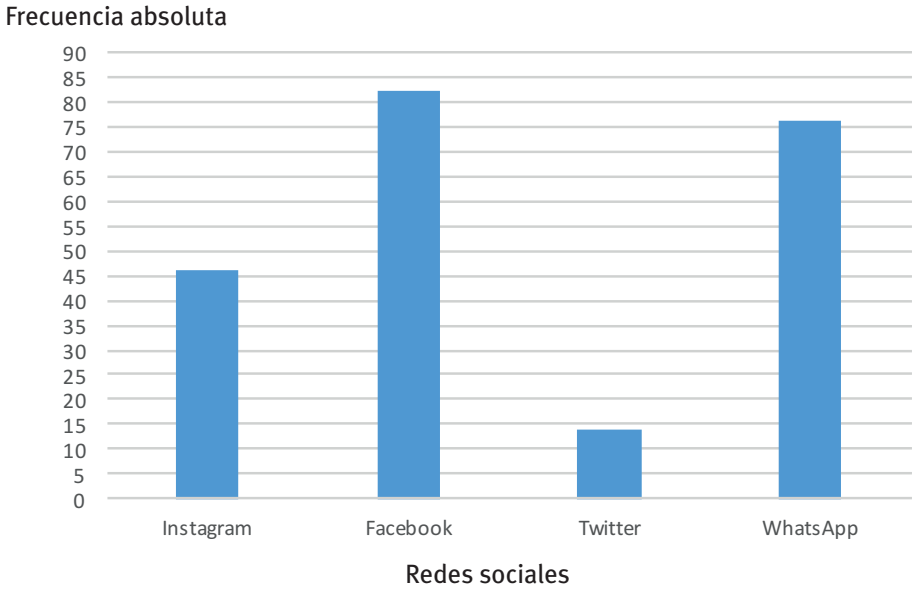
8.

a.

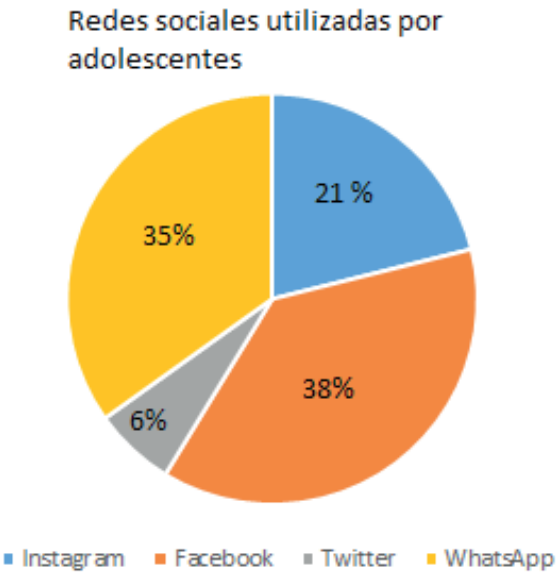
Red social	f_a	f_r	%
Instagram	46	0,21	21%
Facebook	82	0,38	38%
Twitter	14	0,06	6%
WhatsApp	76	0,35	35%
Totales	**218**	**1**	**100%**

Este es uno de los casos en que se debe redondear a los centésimos el número, pues son números racionales periódicos.

b.



c.



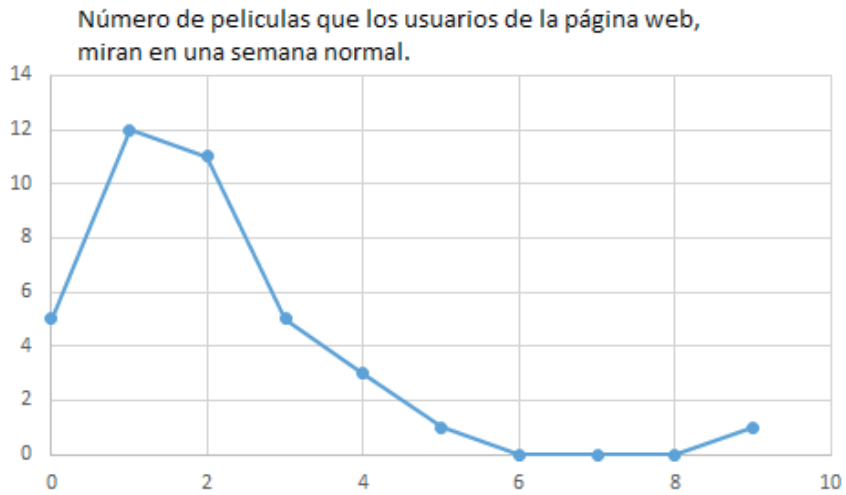
9.

Primera letra del nombre	f_a	f_r	%
A	1	0,03	3%
B	2	0,05	5%
C	4	0,11	11%
D	2	0,05	5%
E	3	0,08	8%
F	5	0,13	13%
G	1	0,03	3%
I	2	0,05	5%
J	4	0,11	11%
L	4	0,11	11%
M	4	0,11	11%
P	1	0,03	3%
R	2	0,05	5%
S	3	0,08	8%
Totales	**38**	**1,02≅1** (error por redondeo)	**100%**

10. a.

Número de películas	f_a	f_r	%
0	5	0,13	13%
1	12	0,32	32%
2	11	0,29	29%
3	5	0,13	13%
4	3	0,08	8%
5	1	0,03	3%
9	1	0,03	3%
Totales	**38**	**1**	**100%**

b.



11.

Símbolo	f_a	f_r
Vocales	56	0,448
Consonantes	64	0,512
Signos	5	0,04
Totales	**125**	**1**

12. **a.** Fútbol: 120 alumnos
Voleibol: 80 alumnos
Básquet: 100 alumnos
Atletismo: 40 alumnos

b. 340 educandos.

c. Fútbol: 35,29% , voleibol: 23,53%, básquet: 29,41% y atletismo: 11,76%.

13. La **d**.

14.

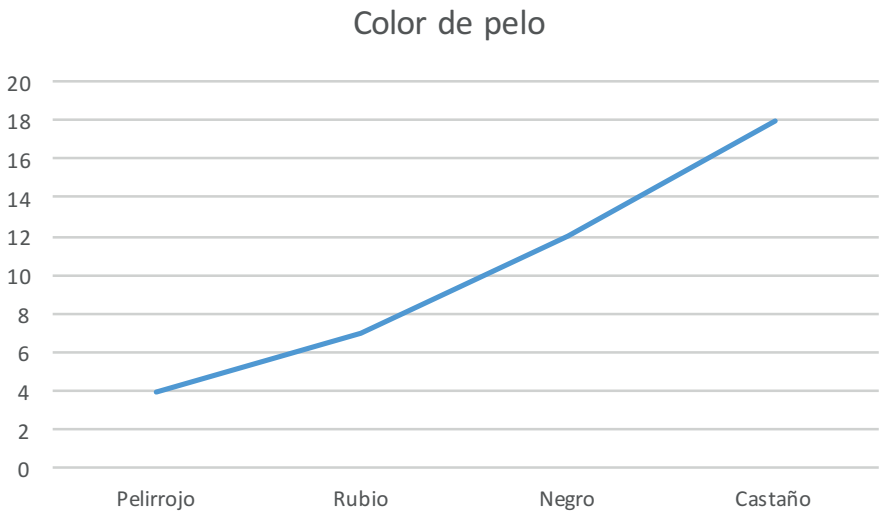
a. 7

b.

Color de pelo	f_a	f_r	%
Castaño	18	0,43	43,90%
Rubio	7	0,1707	17, 07%
Negro	12	0,2926	29,26%
Pelirrojo	4	0,097	9,75%
Totales	41	1	100%

c. Gráfico de barras.

d.



15. **a.** 45

b. 32

c. 27

d. 40

e. 2 hijos

f. En primer lugar, se deben ordenar los datos:
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 5 5

En segundo lugar, contar los datos y buscar el que esté justo en el medio. Son 45 datos, por lo cual el que estará ubicado justo en el medio será el dato número 23.

Y si contamos, el mismo es el 2.

0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 **2** 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 5 5

g. $\bar{X} = \frac{0.5 + 1.8 + 2.15 + 3.12 + 4.3 + 5.2}{45} = 2,13$

16. $P = \frac{7}{365}$

17. $P = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

18. **a.** Determinista.

b. Determinista.

c. Determinista.

d. Aleatorio.

19. Muy probable – Imposible – Poco probable – Seguro

20. **a.** $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

b. $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

c. $P = \frac{7}{12}$

d. $P = \frac{5}{12}$

e. $P = \frac{5}{12}$

21. $P = \frac{3}{21}$ (Nota: los dados son comunes, numerados del 1 al 6, e iguales entre ellos, por lo cual no hay distinción entre (2, 1) y (1, 2)).

22. $P = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

23. **a.** $P = \frac{4}{108} = \frac{2}{54} = \frac{1}{27}$ Aclarar cómo son las fichas del dominó.

b. $P = \frac{1}{108}$ Significa que cada persona debe cambiar de mazos, hay que entregarle el mazo al de la derecha, y se recibe el mazo que tenga la persona de la izquierda.

24. **a.** $P = \frac{4}{11}$

b. $P = \frac{4}{11}$

c. $P = \frac{10}{11}$

d. $P = 0$

DESAFÍOS

1. Falso. Si también puede ser igual a 6, entonces es posible.

Verdadero. Equiprobable es que tengan la misma probabilidad, y efectivamente esto es así. Es tan problable que salga el 1 como que salga el 6 ($P = \frac{1}{6}$).

Verdadero.

2. Es imposible sacar un par de medias negras, pues la única opción de que teniendo cuatro medias (sin conocer la cantidad que hay de un color y de otro), la probabilidad de sacar un par blanco sea de $\frac{1}{2}$, es que haya 3 medias blancas y solo 1 negra. De esta forma la mitad de las veces saldrá "blanca – blanca" y la otra mitad de las veces saldrá "blanca – negra".

3. El método para resolver este desafío es con regla de tres. Plantearemos el primer caso:

25 000 _____ 625

x _____ 150

$\frac{25\,000}{x} = \frac{625}{150}$ $\quad x = 6\,000$

4. Para resolver la tabla, primero se puede comenzar por completar los totales de la frecuencia relativa y los porcentajes. Luego, sacar el porcentaje correspondiente a la frecuencia relativa de los días de lluvia, y la frecuencia relativa de los días nublados. Entonces se completarán las dos últimas columnas.

	f_a	f_r	%
Soleados		0,50	50%
Nublados		0,30	30%
Lluvia		0,20	20%
Totales		**1**	**100%**

Entonces, se hace el proceso inverso al cálculo de la frencuencia relativa.

Si yo tomaba la frecuencia absoluta y la dividía entre el total de datos, entonces ahora, conociendo que el mes de septiembre tiene 30 días, multiplico.

0,50 . 30 = 15 y así sucesivamente, completo la tabla.

	f_a	f_r	%
Soleados	15	0,50	50%
Nublados	9	0,30	30%
Lluvia	6	0,20	20%
Totales	**30**	**1**	**100%**

5. En este caso se nos dan los porcentajes solamente. Mediante regla de tres se extraerá la frecuencia absoluta de cada valor, y entonces nuevamente mediante regla de tres, la medida de los ángulos.

	f_a	Ángulo central
Playas	141	169,2°
Nieve	93	111,6°
Campo	66	79,2°
Totales	**300**	**360°**

6. **a.** 87

b. 42

c. 45

d. 45

e. 42